Popis objektů

Karel Horák

Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Příznakový vektor.
3. Příznakový prostor.
4. Členění příznaků.
5. Identifikace oblastí.
6. Radiometrické deskriptory.
7. Fotometrické deskriptory.

Popis objektů

Karel Horák

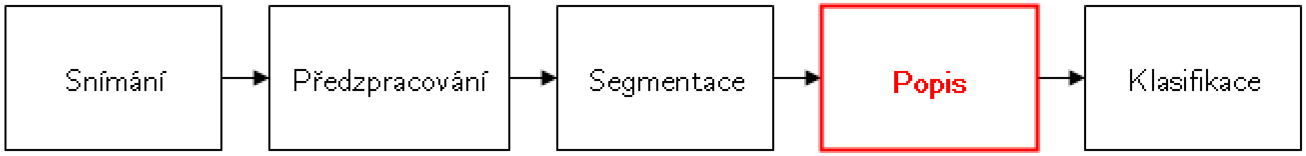
Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. **Úvod.**
2. Příznakový vektor.
3. Příznakový prostor.
4. Členění příznaků.
5. Identifikace oblastí.
6. Radiometrické deskriptory.
7. Fotometrické deskriptory.

Úvod – definice

- Popis objektů = získání příznaků ze segmentovaných dat



- Příznaky (deskriptory, popisovače) slouží pro následnou klasifikaci objektů – musí vystihovat charakteristické rysy objektů

- Zásadní problém = volba příznaků je obtížná – rozpoznávání objektů lidským organismem není postaveno na explicitním výpočtu konkrétních hodnot příznaků a jejich klasifikaci (neuronová síť)

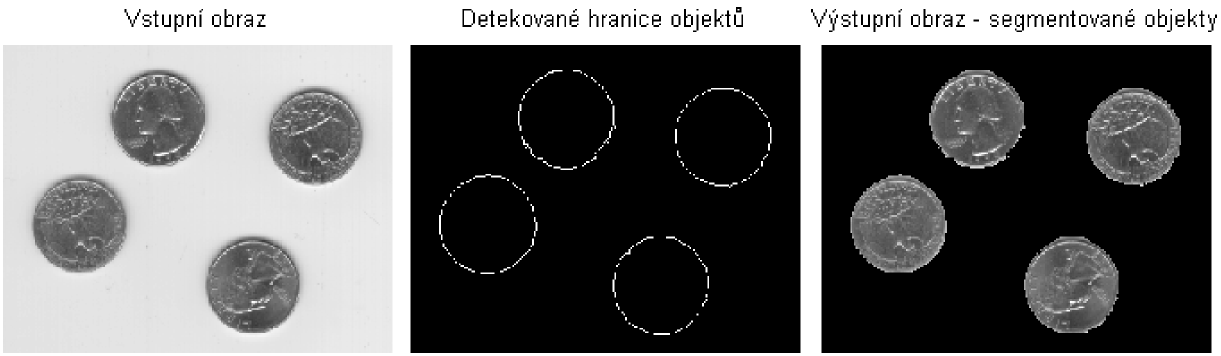
- Intuitivní požadavky na hodnotu příznaku:
  – hodnota podobná pro objekty téže třídy
  – hodnota rozdílná pro objekty různých tříd

Úvod – požadavky na příznaky

- Invariantnost
  – nezávislost příznaku na změně jasu, kontrastu, translaci, rotaci, změně měřítka apod.
- Spolehlivost
  – objekty téže třídy vykazují podobné hodnoty příznaku
- Diskriminabilita
  – objekty odlišných tříd vykazují různé hodnoty příznaku
- Efektivita výpočtu
  – dobrá detekovatelnost příznaku
- Časová invariance
  – stabilní hodnota příznaku při zpracování dynamických obrazů

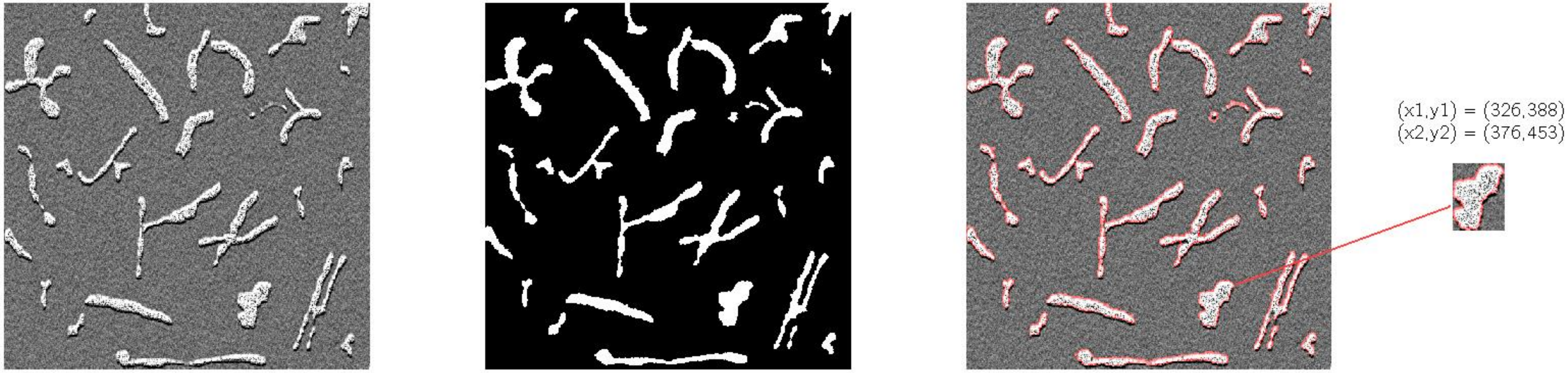
Úvod – příprava obrazu pro popis

- Podmínkou provedení popisu objektů je segmentace (neplatí pro globální deskriptory obrazu, které popisují obraz v celku):



- Vstupními daty pro popis jsou v ideálním případě informace o poloze a tvaru objektů v obrazu:

- Původní obraz (např. 256 úrovní) $\rightarrow$ segmentovaný obraz (např. 2 úrovně) $\rightarrow$ poloha objektů



Popis objektů

Karel Horák

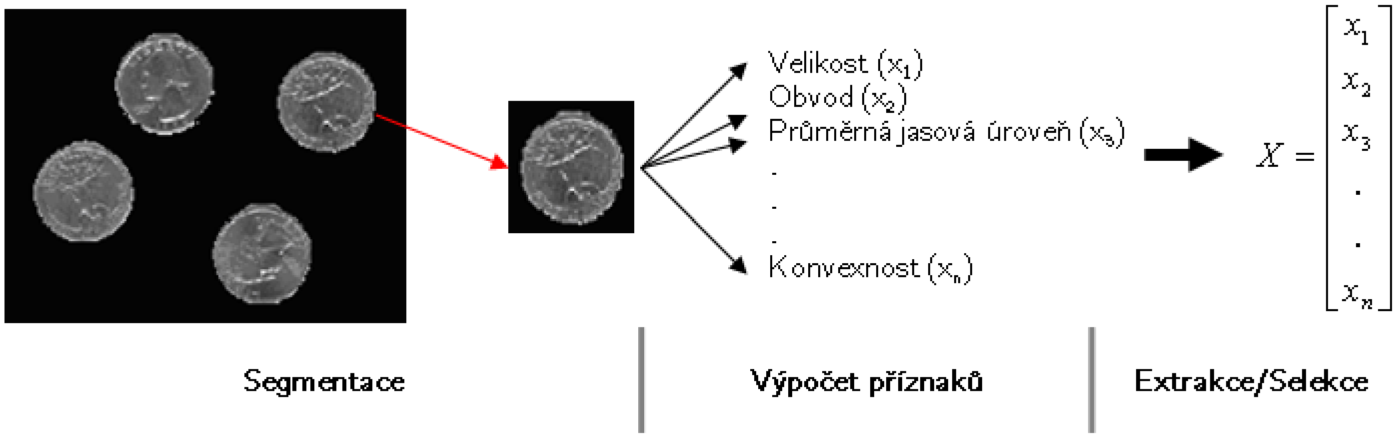
Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. **Příznakový vektor.**
3. Příznakový prostor.
4. Členění příznaků.
5. Identifikace oblastí.
6. Radiometrické deskriptory.
7. Fotometrické deskriptory.

Příznakový vektor – definice

- Cílem popisu je matematicky reprezentovat objekt vektorem X, jehož prvky jsou symboly definované abecedy nebo častěji číselné charakteristiky:



- Tento vektor X se nazývá příznakový vektor a může mít teoreticky libovolnou dimenzi (počet příznaků)

- Zpravidla lze snadno sestavit X vysoké dimenze, ale jen některé příznaky jsou relevantní → nelze však a-priori stanovit, které to jsou ⇒ je třeba provést redukci dimenze příznakového vektoru

- Redukci je možné provést buďto metodami selekce nebo extrakce

Příznakový vektor – redukce dimenze

- Redukce dimenze příznakového vektoru = transformace T příznakového vektoru X na příznakový vektor Y s nižším počtem prvků:

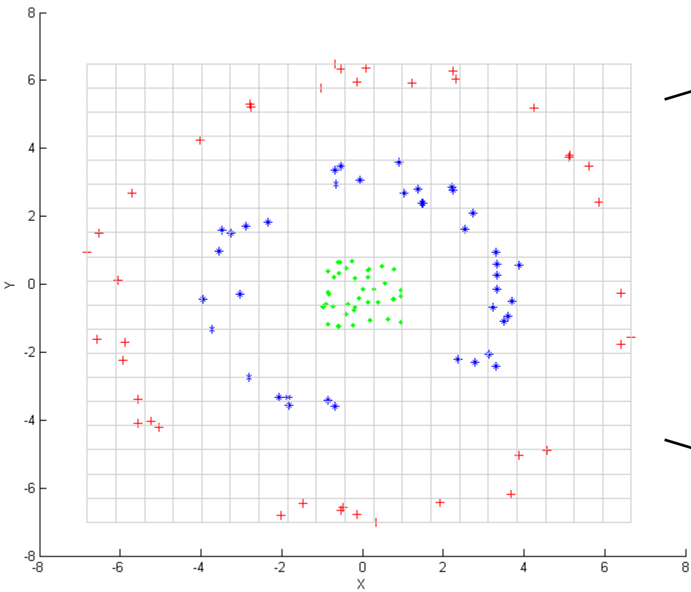
$$X \xrightarrow{\mathrm{T}} Y \quad T : \dim(X) > \dim(Y)$$

- Selekce příznaků:
  – taková transformace T, po níž mají příznaky v Y totožný význam jako původní příznaky v X
  – selekce je přímý výběr konečné podmnožiny příznaků z vektoru X do vektoru Y
  – výhoda: zůstává původní význam příznaků (obvod je stále obvod apod.)
  – nevýhoda: ztráta informací o objektu nevyužitím méně relevantních příznaků

- Extrakce příznaků:
  – taková transformace T, po níž mají příznaky v Y odlišný význam od původních příznaků v X
  – každý nový příznak je lineární/nelineární funkcí několika původních příznaků
  – výhoda: nový příznak je silnější (efektivnější z hlediska klasifikace)
  – nevýhoda: ztráta fyzikálního významu příznaků (např. kompaktnost=obvod^2/velikost)
  – např. PCA (= analýza hlavních komponent, původně Karhunen-Loèvova transformace)

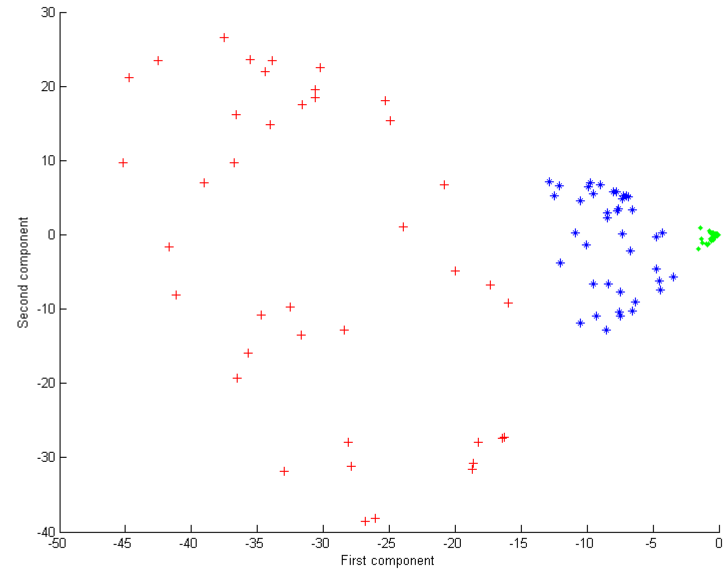
Příznakový vektor – redukce dimenze

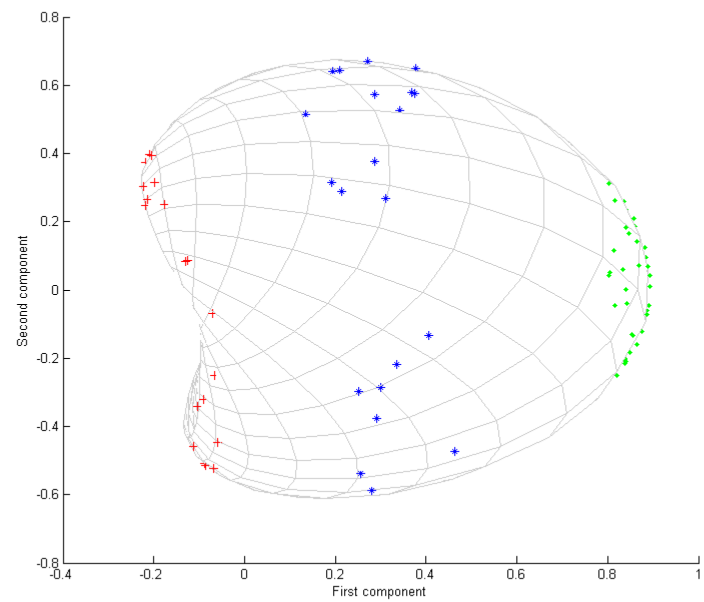
- PCA = dekorelace dat minimalizující ztrátu informace
- Matematicky jde o transformaci vstupního příznakového vektoru X na tzv. komponenty pomocí zvoleného jádra
- Příklad: objekty +,+ a + lze buďto třídit přímo v souřadném systému (x,y) nelineárním klasifikátorem např. J: $d_i < (x-x_0)^2+(y-y_0)^2 < d_{i+1}$ nebo použít PCA:



$$k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = (\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}+1)^2$$

$$k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = e^{\frac{-\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}\|^2}{2\sigma^2}},$$





Popis objektů

Karel Horák

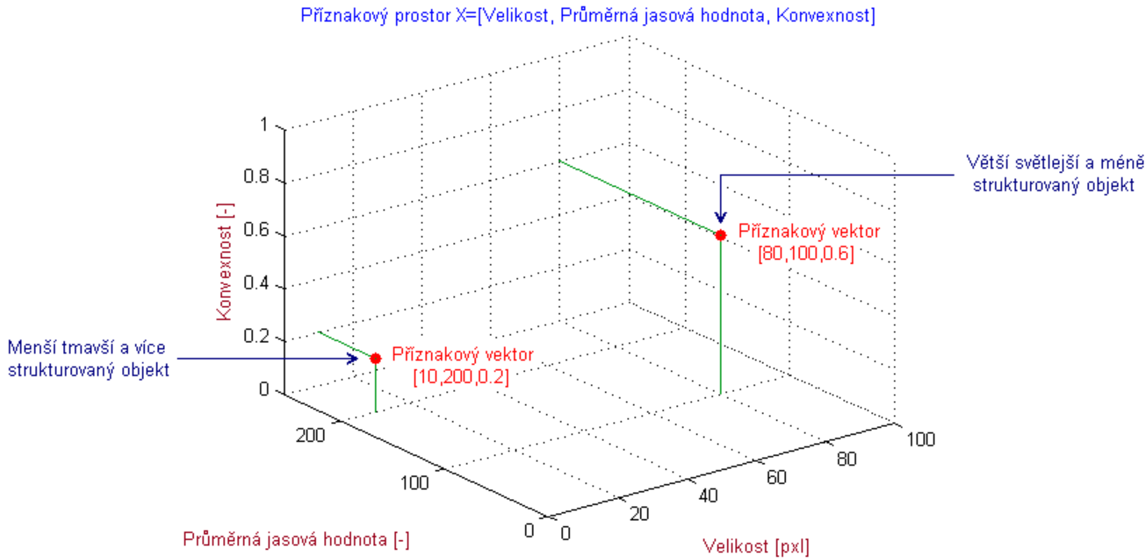
Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Příznakový vektor.
3. **Příznakový prostor.**
4. Členění příznaků.
5. Identifikace oblastí.
6. Radiometrické deskriptory.
7. Fotometrické deskriptory.

Příznakový prostor – definice

- Příznakový prostor je grafické vyjádření příznakového vektoru
- Podmínka zobrazení: musí existovat metrika vzdálenosti příznaků (nejčastěji číselné charakteristiky, méně často symbolické hodnoty)



- Grafické zobrazení je vhodné např. pro volbu reprezentantů tříd

Popis objektů

Karel Horák

Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Příznakový vektor.
3. Příznakový prostor.
4. **Členění příznaků.**
5. Identifikace oblastí.
6. Radiometrické deskriptory.
7. Fotometrické deskriptory.

Členění příznaků

- Příznaky segmentovaných objektů lze členit podle několika hledisek:

  – podle domény popisované vlastnosti
    - fotometrické deskriptory
    - radiometrické deskriptory

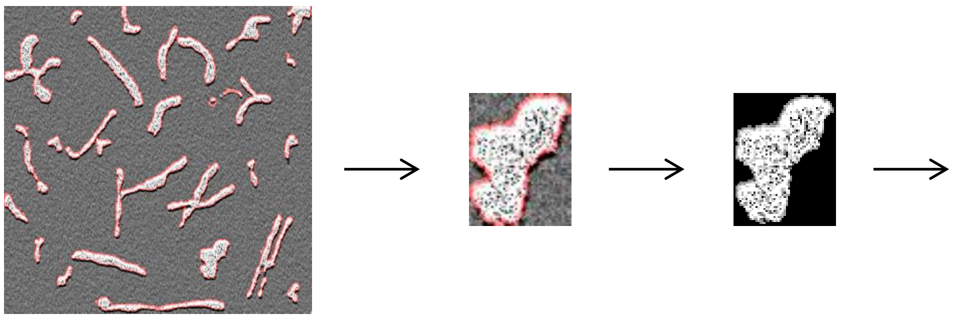
  – podle oblasti výpočtu příznaku
    - deskriptory založené na hranici
    - deskriptory založené na regionu

  – oblast popisu příznaku
    - globální deskriptory obrazu
    - globální deskriptory objektu
    - lokální deskriptory objektu

- pozn.: lokální deskriptory obrazu neexistují, nelze je sestavit

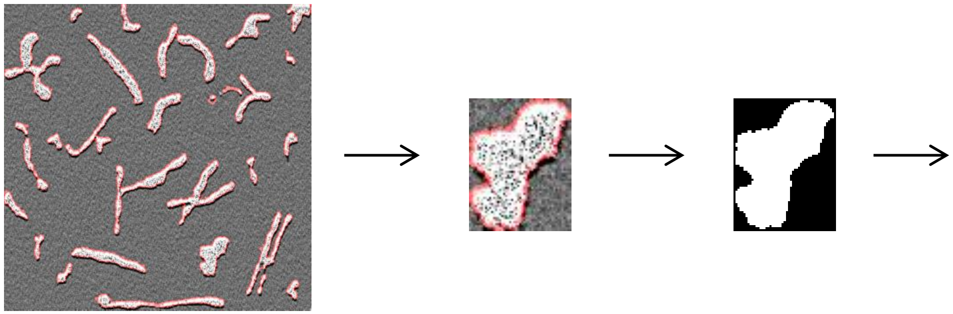
Členění příznaků

- Fotometrické deskriptory
  - – odráží optické vlastnosti objektu
  - – průměrná jasová úroveň, diference jasové úrovně objektu a blízkého okolí, jasová disperze atd.



$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 204.9 \\ 0.0 \\ 255.0 \\ \vdots \\ 3573.5 \end{pmatrix} \quad \cdots \quad \begin{pmatrix} \text{průměrná jasová úroveň} \\ \text{minimální jasová úroveň} \\ \text{maximální jasová úroveň} \\ \vdots \\ \text{jasová disperze} \end{pmatrix}$$

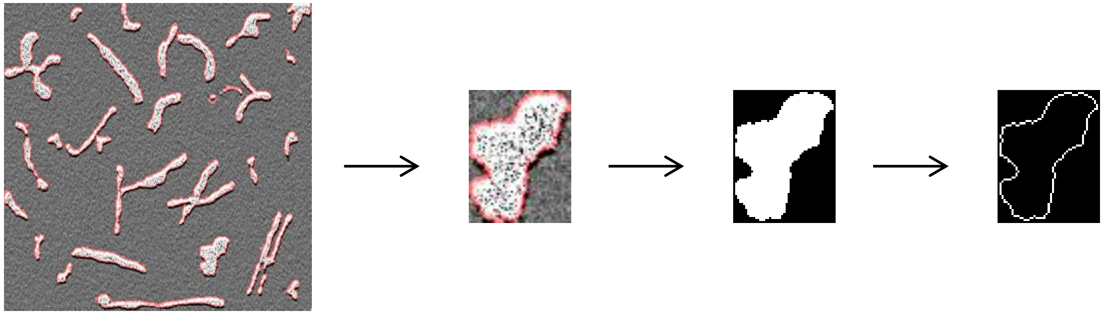
- Radiometrické deskriptory
  - – odráží geometrické vlastnosti objektu
  - – velikost (tj. počet pixelů), obvod, konvexnost atd.



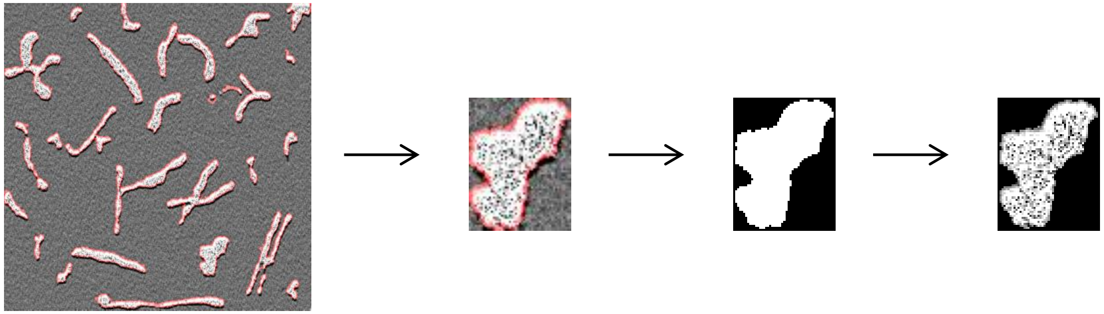
$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1708 \\ 210.4 \\ 25.9 \\ \vdots \\ 0.8 \end{pmatrix} \quad \cdots \quad \begin{pmatrix} \text{velikost} \\ \text{obvod} \\ \text{kompaktnost} \\ \vdots \\ \text{konvexnost} \end{pmatrix}$$

Členění příznaků

- Deskriptory založené na hranici
  - hodnota příznaku vypočtena na základě hraniční reprezentace (např. Freemanův kód)
  - nutná znalost hranice objektu určená buď implicitně indexovaným seznamem nebo explicitně funkčním předpisem (méně častá varianta)



- Deskriptory založené na regionu
  - hodnota příznaku vypočtena na základě hodnot pixelů objektu



Členění příznaků

- Globální deskriptory obrazu
  - popisují charakteristické vlastnosti celého obrazu
  - např. lineární integrální transformace (FT, DCT, Wavelet)
  - nevýhoda: nepřítomnost individuálních znaků konkrétního objektu
- Globální deskriptory objektu
  - jeden příznak je přiřazen celému segmentovanému objektu
  - např. velikost, konvexnost, geometrické momenty atd.
  - nevýhoda: nutnost precizní segmentace objektu, citlivost příznaků na aditivní šum
- Lokální deskriptory objektu
  - příznak je vypočten jen z určité lokální části objektu
  - např. významné body (hrany, rohy), textura, zakřivení objektu
  - výhoda: není třeba segmentace

Popis objektů

Karel Horák

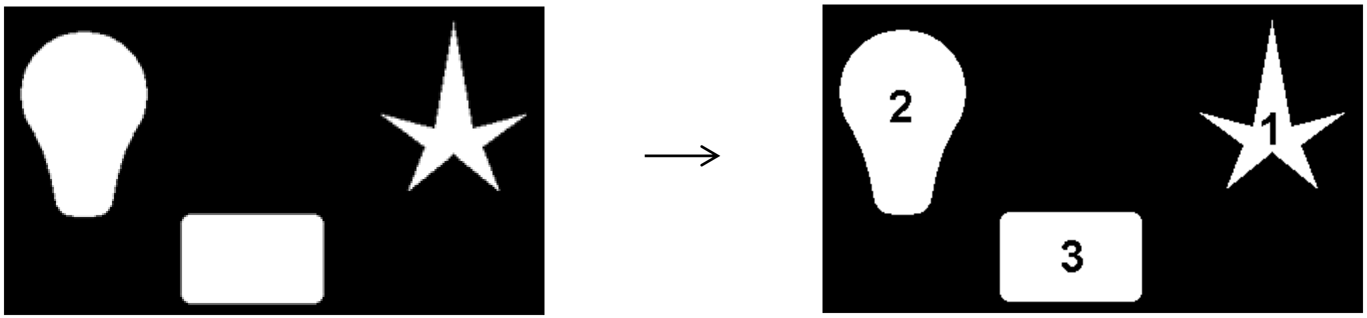
Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Příznakový vektor.
3. Příznakový prostor.
4. Členění příznaků.
5. **Identifikace oblastí.**
6. Radiometrické deskriptory.
7. Fotometrické deskriptory.

Identifikace oblastí

- Výsledkem segmentace je v nejjednodušším případě binární obraz obsahující objekty:



- Binární obraz obsahuje neidentifikované oblasti spojité ve 4-okolí nebo v 8-okolí → indexace oblastí
- Identifikace = algoritmus pro označení objektů unikátním číslem (indexace nebo barvení oblastí)
- Základní algoritmy indexování oblastí:
  - – rekurzivní vyplňování
  - – dvouprůchodový algoritmus

Identifikace oblastí

- Rekurzivní vyplňování oblastí:

  I. seminkové hraniční vyplňování = rekurzivní vyplnění oblasti od zvoleného semínka až po hranici určené barvy

  II. semínkové záplavové vyplňování = rekurzivní vyplnění spojité oblasti určené barvy od zvoleného semínka

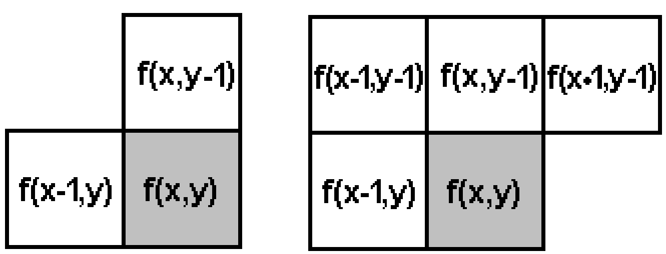
  III. ostatní metody vyplňování – optimalizace algoritmu vyplňování odstraněním rekurzivního výpočtu apod.

Identifikace oblastí

- Dvouprůchodový algoritmus:
- První průchod → značí souvislé části oblastí pomocí posunu masky

- Algoritmus:

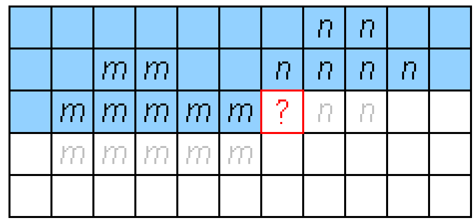
1. posuň se v obrazu na následující pixel, v případě začátku na první
2. pokud není hodnota aktuálního pixelu jedna (nejde o objekt) pokračuj od bodu 1
3. pokud je alespoň jeden pixel obrazu odpovídající masce již opatřen indexem i, označ aktuální pixel indexem i, v opačném případě použij nový index i_{max}+1
4. Pokračuj od bodu 1. dokud nejsou zpracovány všechny pixely obrazu



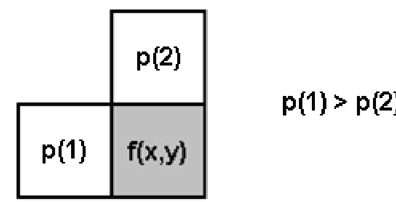
Maska 4-okolí Maska 8-okolí

Identifikace oblastí

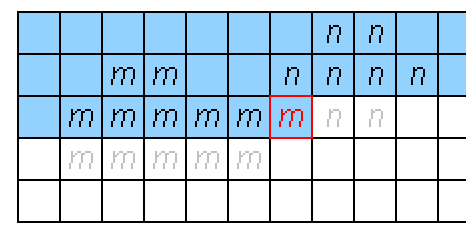
- Dvouprůchodový algoritmus:
- Druhý průchod → řeší konflikty značení oblastí z prvního průchodu tj. v rámci masky je označeno více pixelů různými indexy:



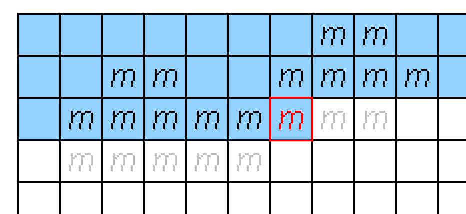
- Řešení:
  - apriorní stanovení priorit pozic v masce →



  - přiřazení indexu s vyšší prioritou konfliktnímu pixelu →



  - přeznačení všech bodů označených indexem s nižší prioritou →



Popis objektů

Karel Horák

Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

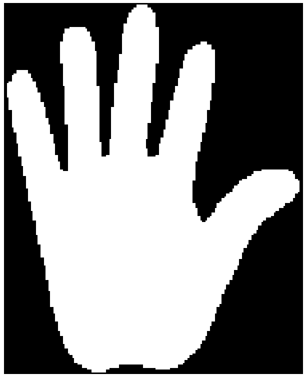
1. Úvod.
2. Příznakový vektor.
3. Příznakový prostor.
4. Členění příznaků.
5. Identifikace oblastí.
6. **Radiometrické deskriptory.**
7. Fotometrické deskriptory.

Radiometrické deskriptory založené na regionech

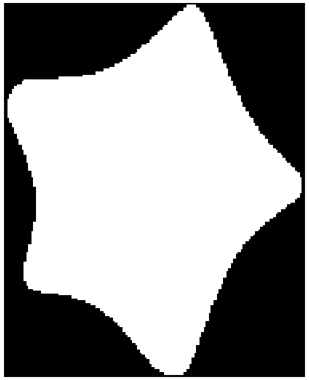
- Popisují metrické vlastnosti objektů vypočítané z plošného rozložení pixelů objektu:

- Velikost
  - počet pixelů spojité oblasti určující plochu objektu
  - s rostoucím rozlišením obrazu se příznak velikosti blíží skutečné hodnotě obsahu fyzického objektu

Velikost = 9290 pxl

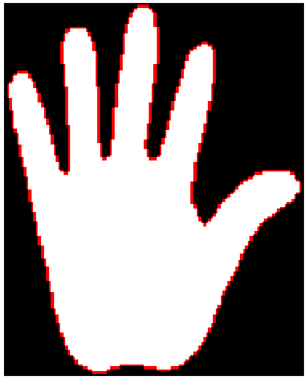


Velikost = 10253 pxl

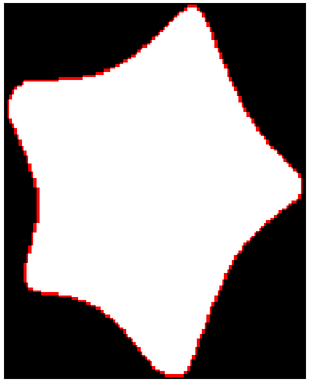


- Obvod
  - počet hraničních pixelů ve 4-okolí nebo 8-okolí
  - zrovnoprávnění míry 4-okolí a 8-okolí lze řešit koeficientem √2 pro 8-okolí (délka diagonálního přechodu mezi pixely)
  - hodnota deskriptoru je závislá na rozlišení snímku (se vzrůstajícím rozlišením roste obvod k nekonečnu)

Obvod = 783 pxl

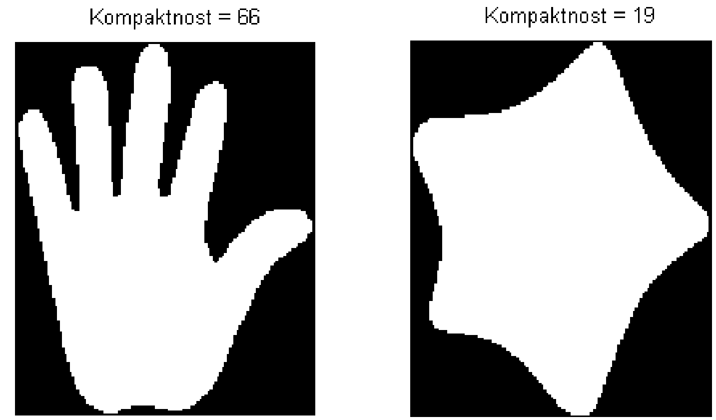


Obvod = 443 pxl

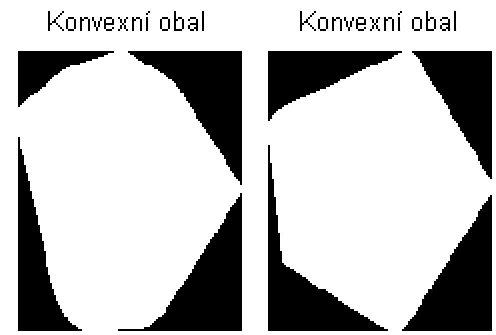


Radiometrické deskriptory založené na regionech

- Kompaktnost
  - obvod^2 / velikost
  - vyjadřuje míru podobnosti oblasti k ideálnímu kruhu
  - kruh má minimální možnou kompaktnost = $4 \cdot \pi$
  - nižší hodnota příznaku ⇒ vyšší podobnost objektu s ideálním kruhem



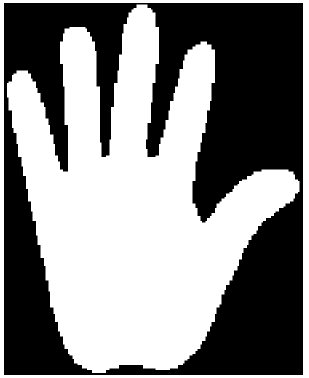
- Konvexnost
  - velikost / plocha konvexního obalu
  - vyjadřuje míru podobnosti objektu ke své konvexní schránce
  - nabývá hodnot v intervalu <0;1>
  - hodnota 1 je platná pro konvexní (vypouklé) objekty



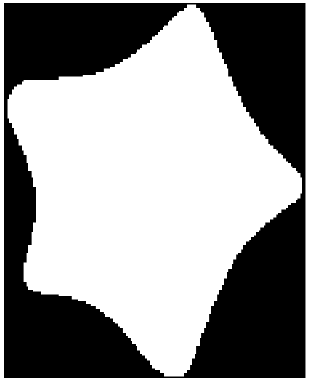
Radiometrické deskriptory založené na regionech

- Hlavní osa
  – délka hlavní osy elipsy, jejíž centrální moment druhého řádu má stejnou hodnotu jako centrální moment druhého řádu segmentovaného objektu

Délka hlavní osy = 145



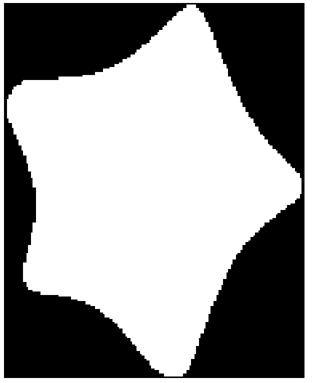
Délka hlavní osy = 130



- Vedlejší osa
  – délka vedlejší osy elipsy, jejíž centrální moment druhého řádu má stejnou hodnotu jako centrální moment druhého řádu segmentovaného objektu

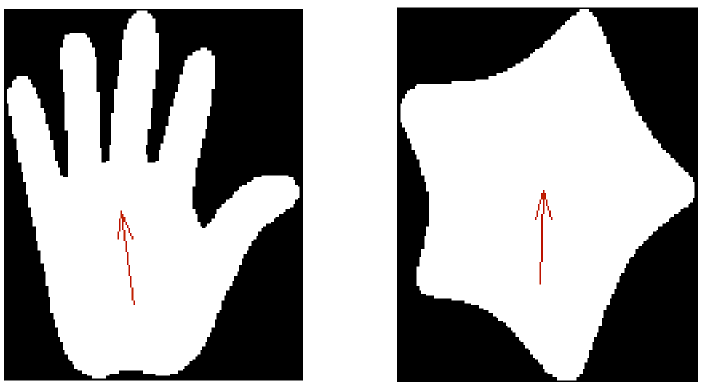
Délka vedlejší osy = 99

Délka vedlejší osy = 106



Radiometrické deskriptory založené na regionech

- Orientace
  - úhel hlavní osy objektu se souřadnicovou osou (zpravidla osou x)
  - neplatí invariance na rotaci
  - použití: např. hlídání správnosti uložení výrobku na transportním pásu



- Výstřednost
  - excentricita elipsy, jejíž centrální moment druhého řádu má stejnou hodnotu jako centrální moment druhého řádu segmentovaného objektu
  - formálně je rovna poměru vzdáleností ohnisek elipsy a délky její hlavní osy

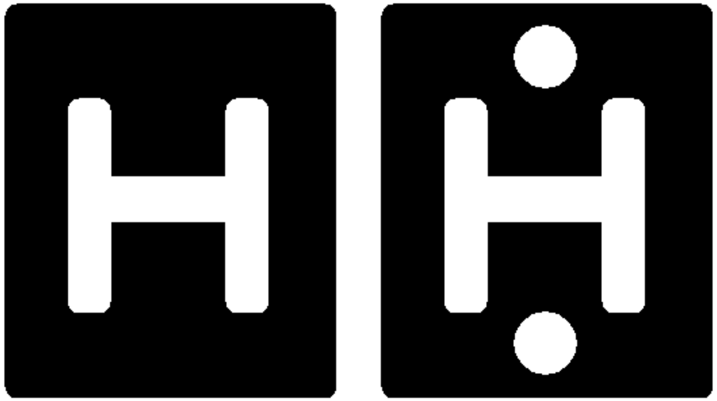
Radiometrické deskriptory založené na regionech

- Podlouhlost
  - poměr stran obdélníka opsaného objektu
  - opsaný obdélník musí splňovat podmínku minimálního obsahu
  - nalezení optimální hodnoty otočení opisujícího obdélníku z hlediska minimálního obsahu je řešeno postupným natáčením v diskrétních krocích

- Pravoúhlost
  - maximální poměr velikost / plocha opsaného obdélníka
  - postupným otáčením objektu se hledá minimální plocha opsaného obdélníka
  - čím se poměr plochy oblasti k ploše obdélníku blíží 1, tím vyšší je pravoúhlost

Radiometrické deskriptory založené na regionech

- Eulerovo číslo (genus)
  - – rozdíl počtu souvislých částí objektu (černá barva) a počtu děr (bílá barva)
  - – topologicky invariantní příznak objektu (nemění se s geometrickými transformacemi)



E = oblastí - děr = 1 - 1 = 0   E = oblastí - děr = 1 - 3 = -2

- Vektor tvaru
  - – z těžiště objektu jsou vysílány paprsky všemi směry
  - – délky paprsků od těžiště k hranici objektu tvoří vektor tvaru
  - – cyklický posun prvků vektoru = invariance na rotaci
  - – normalizace prvků vektoru na hodnotu jedna = invariance na změnu měřítka

Radiometrické deskriptory založené na hranicích

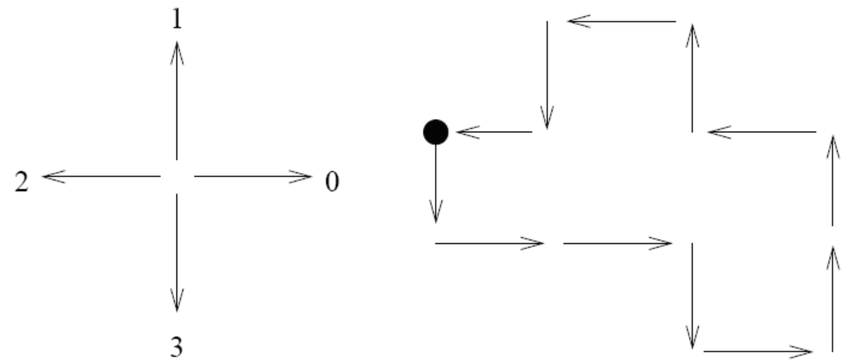
- Popisují metrické vlastnosti objektů vypočítané z rozložení hraničních pixelů objektu
- Hranice může být reprezentována:
  – implicitně … seznam hraničních pixelů, binární obraz
  – explicitně … geometrické entity (úsečky, křivky, …)
- Základní hraniční radiometrické deskriptory:
  – řetězový (Freemanův) kód
  – Fouriérovy deskriptory
  – B-spline deskriptory

Radiometrické deskriptory založené na hranicích

- Řetězový (Freemanův) kód
  – popisuje hranici objektu řetězcem symbolů s určenými směry
  – čtyři symboly pro 4-okolí nebo 8 symbolů pro 8-okolí

- Hraniční reprezentace tvaru pomocí řetězového kódu ve 4-okolí:

Řetězový kód popisující hranici objektu: 3-0-0-3-0-1-1-2-1-2-3-2

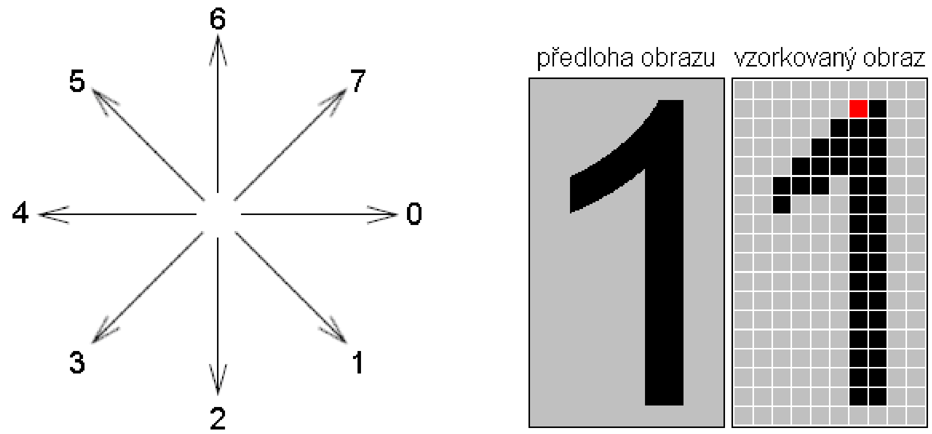


- Klasifikace = korelace řetězového kódu neznámého objektu s řetězovým kódem vzoru

Radiometrické deskriptory založené na hranicích

- Hraniční reprezentace tvaru pomocí řetězového kódu v 8-okolí:

Řetězový kód popisující hranici objektu:
0-2-2-2-2-2-2-2-2-2-2-2-2-2-2-2-4-6-6-6-6-6-6-6-6-6-6-6-6-4-3-4-3-6-7-7-7-7



- Délka hranice = délka řetězového kódu

- V případě 8-okolí je třeba diagonální směry (zde 1,3,5 a 7) normalizovat koeficientem √2

Radiometrické deskriptory založené na hranicích

- Fouriérovy deskriptory:
  - – z obrazu hranice objektu je sestavena sekvence komplexních čísel
  - – souřadnice x = reálná část, souřadnice y = imaginární část komplexního čísla
  - – souřadnice těžiště objektu $P_t = (x_t, y_t)$, N = počet hraničních pixelů
  - – sekvence komplexních čísel se nazývá radiální funkce s(n):

$$s(n) = x(n) - x_t + j \cdot (y(n) - y_t), \quad n = 1..N$$

- Aplikací FT na radiální funkci s(n) periodickou s 2π jsou získány spektrální koeficienty z(u):

$$z(u) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^{N} s(n) \cdot e^{-\frac{jun}{N}}, \quad u = 1..N$$

- Koeficienty z(u) ale nesplňují požadavky nezávislosti příznaků

Radiometrické deskriptory založené na hranicích

- Nezávislost na translaci:
  - dána přesnou segmentací

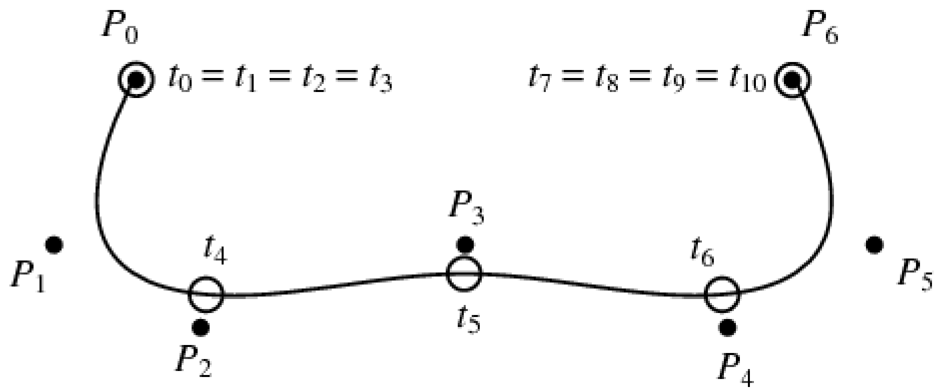
- Nezávislost na rotaci:
  - otočení objektu v obrazu se projeví cyklickým posunem prvků radiální funkce (souřadnice hranice objektu)
  - posun prvků radiální funkce se projeví změnou fáze z(u) $\Rightarrow$ amplituda zůstává beze změny $\Rightarrow$ absolutní hodnoty z(u) jsou nezávislé na rotaci

- Nezávislost na změně měřítka:
  - použití Fouriérových deskriptorů F(u) odvozených od spektrálních koeficientů z(u)
  - invariance je zajištěna normalizací stejnosměrnou složkou z(1)

$$F(u-2) = \frac{z(u)}{z(1)}, \quad u = 2..N$$

Radiometrické deskriptory založené na hranicích

- B-spline deskriptory:
  – hranice objektu je aproximována po částech spojitými B-spline křivkami (nejčastěji třetího stupně)



- Tvar křivky je jednoznačně dán jejími koeficienty P_i (řídicí body) a t_i (váhy)

- Klasifikace = korelace koeficientů B-spline křivek neznámého objektu ($P_i^?$, $t_i^?$) s koeficienty B-spline křivek vzoru (P_i^S, t_i^S)

Popis objektů

Karel Horák

Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Příznakový vektor.
3. Příznakový prostor.
4. Členění příznaků.
5. Identifikace oblastí.
6. Radiometrické deskriptory.
7. **Fotometrické deskriptory.**

Fotometrické deskriptory

- Fotometrické deskriptory pracují s jasovými hodnotami segmentovaných objektů:

- Průměrná jasová úroveň objektu (Ω):

$$B_{mean} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{(x,y)\in\Omega} f(x,y)$$

- Maximální a minimální jasová úroveň:

$$B_{\max} = \max(f(x,y)), \quad B_{\min} = \min(f(x,y), \quad (x,y) \in \Omega)$$

- Diference extrémů jasové funkce:

$$B_{range} = B_{\max} - B_{\min}$$

- Diference jasové úrovně objektu (Ω) a okolí (Φ):

$$B_{diff} = B_{mean(\Omega)} - B_{mean(\Phi)}$$

Fotometrické deskriptory

- Fotometrické deskriptory pracují s jasovými hodnotami segmentovaných objektů:

- Deskriptory histogramu:
  - průměrná hodnota H_{mean}
  - kontrast H_{con}
  - energie H_{energy}
  - entropie $H_{entropy}$

- Geometrické momenty:
  - základní m_{pq}
  - centralizované μ_{pq}
  - normované ν_{pq}

- Momentové invarianty:
  - základní ϕ_1 až ϕ_7
  - komplexní ψ_n

Fotometrické deskriptory – histogram

- Histogram:
  - – histogram h(q) udává četnost zastoupení jasových úrovní q v obrazu
  - – ve spojité oblasti se jedná o statistickou veličinu hustoty pravděpodobnosti p(q), udávající pravděpodobnost, že náhodně vybraný pixel se vyznačuje právě jasovou úrovní q

- Deskriptory histogramu:

- Průměrná hodnota:

$$H_{mean} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{q=1}^{N} q \cdot h(q)$$

- Kontrast:

$$H_{con} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{q=1}^{N} (q - H_{mean})^2 \cdot h(q)$$

- Energie:

$$H_{energy} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{q=1}^{N} h(q)^2$$

- Entropie:

$$H_{entropy} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{q=1}^{N} h(q) \cdot \log_2 h\,(q)$$

Fotometrické deskriptory – geometrické momenty

- Geometrické momenty:
  - – fotometrické deskriptory založené na regionech
  - – geometrický moment m_{pq} řádu p+q obrazového segmentu s(x,y) je dán relací:

$$m_{pq} = \sum_{Y} \sum_{X} x^p y^q s(x, y) \, .$$

- Geometrických momentů lze teoreticky sestavit nekonečně mnoho → řád momentu p+q není omezen (u vyšších řádů se výrazně projevuje šum)

- Geometrické momenty nejsou samy o sobě invariantní na obecně afinní transformaci:
  - – kombinace translace, rotace a změny měřítka

- Nezávislost na změně měřítka:
  - – výpočet ν_{pq} normalizací m_{pq}
  - – normalizace pomocí momentu nultého řádu m_{00} (součet jasových hodnot objektu)

$$\nu_{pq} = \frac{m_{pq}}{m_{00}^{\frac{p+q}{2}+1}} \, .$$

Fotometrické deskriptory – geometrické momenty

- Nezávislost na translaci:
  - – přesná segmentace + výpočet centralizovaných geometrických momentů μ_{pq}
  - – μ_{pq} vztažené zpravidla k těžišti objektu (x_t,y_t)

$$\mu_{pq} = \sum_{Y}\sum_{X}(x - x_t)^p \cdot (y - y_t)^q \cdot s(x,y)\,.$$

- Těžiště objektu:
  - – výpočet (x_t,y_t) pomocí geometrických momentů nultého a prvního stupně:

$$x_t = \frac{\sum_Y \sum_X x \cdot s(x,y)}{\sum_Y \sum_X s(x,y)} = \frac{m_{10}}{m_{00}}. \qquad y_t = \frac{\sum_Y \sum_X y \cdot s(x,y)}{\sum_Y \sum_X s(x,y)} = \frac{m_{01}}{m_{00}}.$$

Fotometrické deskriptory – momentové invarianty

- Momentové invarianty:
  - – deskriptory složené z geometrických momentů
  - – sledují potřebu nezávislosti na obecně afinní transformaci, zejména rotaci
  - – základní sada sedmi momentových invariantů (M.K.Hu – 1962):

$$
\begin{aligned}
&\varphi_1 = \mu_{20} + \mu_{02}.\\
&\varphi_2 = (\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2.\\
&\varphi_3 = (\mu_{30} - 3\mu_{12})^2 + (3\mu_{21} - \mu_{03})^2.\\
&\varphi_4 = (\mu_{30} + \mu_{12})^2 + (\mu_{21} + \mu_{03})^2.\\
&\varphi_5 = (\mu_{30} - 3\mu_{12}) \cdot (\mu_{30} + \mu_{12}) \cdot [(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - 3 \cdot (\mu_{21} + \mu_{03})^2] + (3\mu_{21} - \mu_{03}) \cdot (\mu_{21} + \mu_{03}) \cdot [3 \cdot (\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2].\\
&\varphi_6 = (\mu_{20} - \mu_{02}) \cdot [(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2] + 4\mu_{11}^2 \cdot (\mu_{30} + \mu_{12}) \cdot (\mu_{21} + \mu_{03}).\\
&\varphi_7 = (3\mu_{21} - \mu_{03}) \cdot (\mu_{30} + \mu_{12}) \cdot [(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - 3 \cdot (\mu_{21} + \mu_{03})^2] - (\mu_{30} - 3\mu_{12}) \cdot (\mu_{21} + \mu_{03}) \cdot [3 \cdot (\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2].
\end{aligned}
$$

- Invariance translace – dána segmentací a centralizací → převod m_{pq} na μ_{pq}
- Invariance měřítka – dána normalizací → převod m_{pq} na ν_{pq}
- Invariance rotace – dána momentovými invarianty → sestavení ϕ_n