

# Lokální příznaky a korespondence

Karel Horák



Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Korespondenční problém.
3. Detekce významných bodů.
4. Moravcův operátor.
5. Harrisův operátor.
6. Korespondence významných bodů.
7. Korespondenční algoritmus.

# Lokální příznaky a korespondence

Karel Horák



Rozvrh přednášky:

## 1. Úvod.

2. Korespondenční problém.
3. Detekce významných bodů.
4. Moravcův operátor.
5. Harrisův operátor.
6. Korespondence významných bodů.
7. Korespondenční algoritmus.

# Úvod – motivace

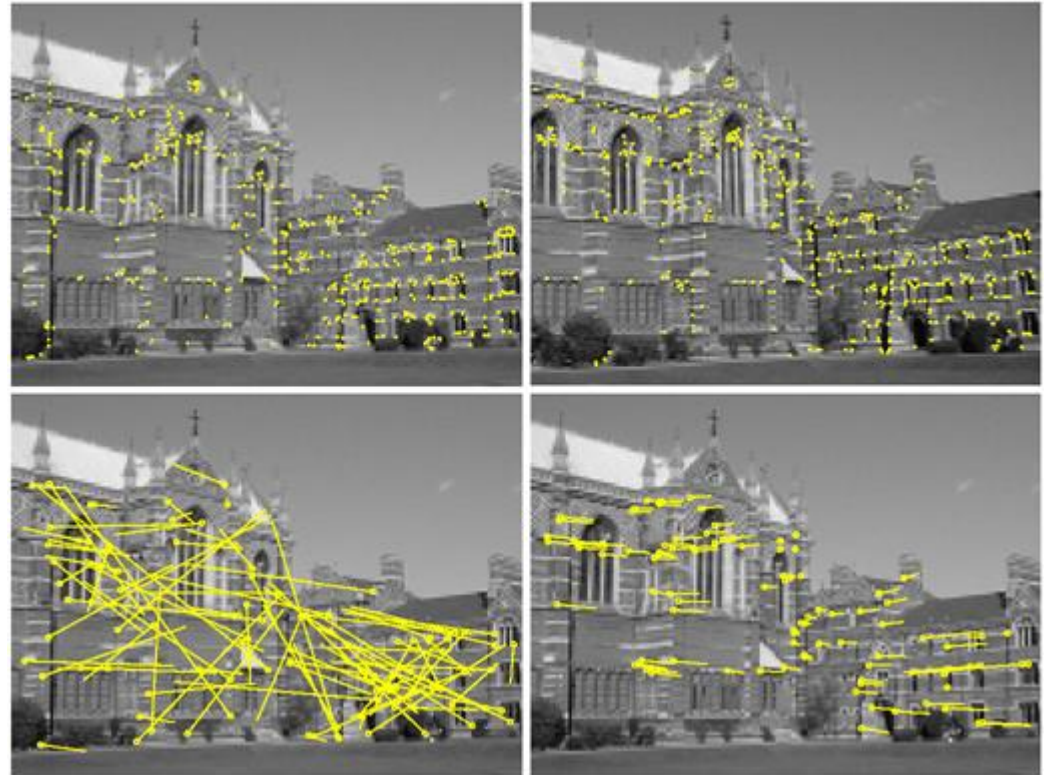
- ▶ Lokální příznak – charakteristika unikátní pouze a jen třídě popisovaného objektu (není potřeba sémantická segmentace)
- ▶ Korespondence – hledání shody lokálních příznaků ve více obrazech
- ▶ Příklady aplikace:
  - sledování trajektorie pohybu
  - rozpoznávání objektu
  - databázové vyhledávání
  - rekonstrukce prostorového tvaru
  - spojování obrazů do panorama

# Úvod – motivace

- ▶ Lokální příznak – charakteristika unikátní pouze a jen třídě popisovaného objektu (není potřeba sémantická segmentace)
- ▶ Korespondence – hledání shody lokálních příznaků ve více obrazech

- ▶ Příklady aplikace:

- sledování trajektorie pohybu
- rozpoznávání objektu
- databázové vyhledávání
- rekonstrukce prostorového tvaru
- spojování obrazů do panorama

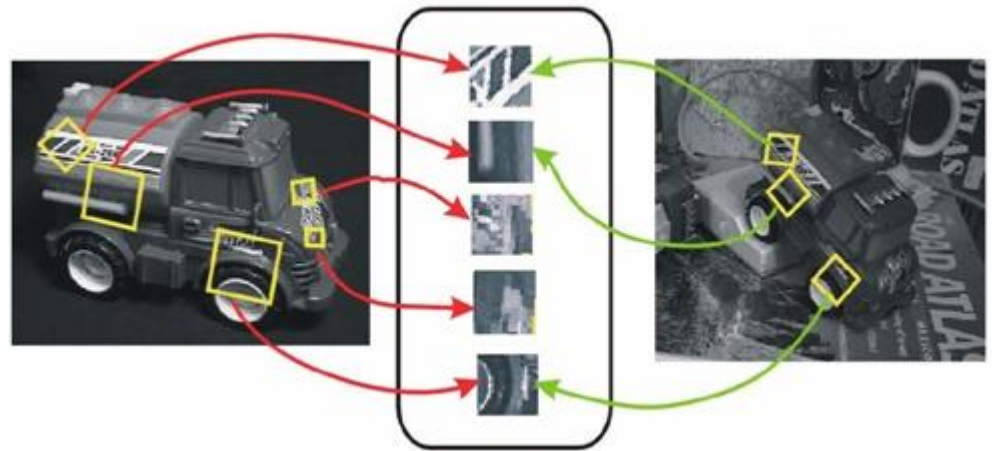


# Úvod – motivace

- ▶ Lokální příznak – charakteristika unikátní pouze a jen třídě popisovaného objektu (není potřeba sémantická segmentace)
- ▶ Korespondence – hledání shody lokálních příznaků ve více obrazech

- ▶ Příklady aplikace:

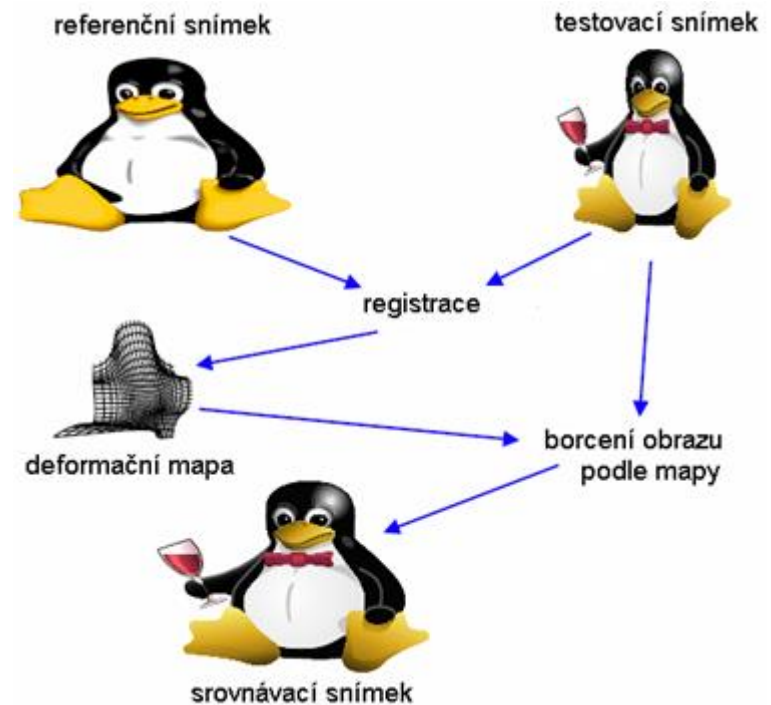
- sledování trajektorie pohybu
- rozpoznávání objektu
- databázové vyhledávání
- rekonstrukce prostorového tvaru
- spojování obrazů do panorama



# Úvod – motivace

- ▶ Lokální příznak – charakteristika unikátní pouze a jen třídě popisovaného objektu (není potřeba sémantická segmentace)
- ▶ Korespondence – hledání shody lokálních příznaků ve více obrazech
- ▶ Příklady aplikace:

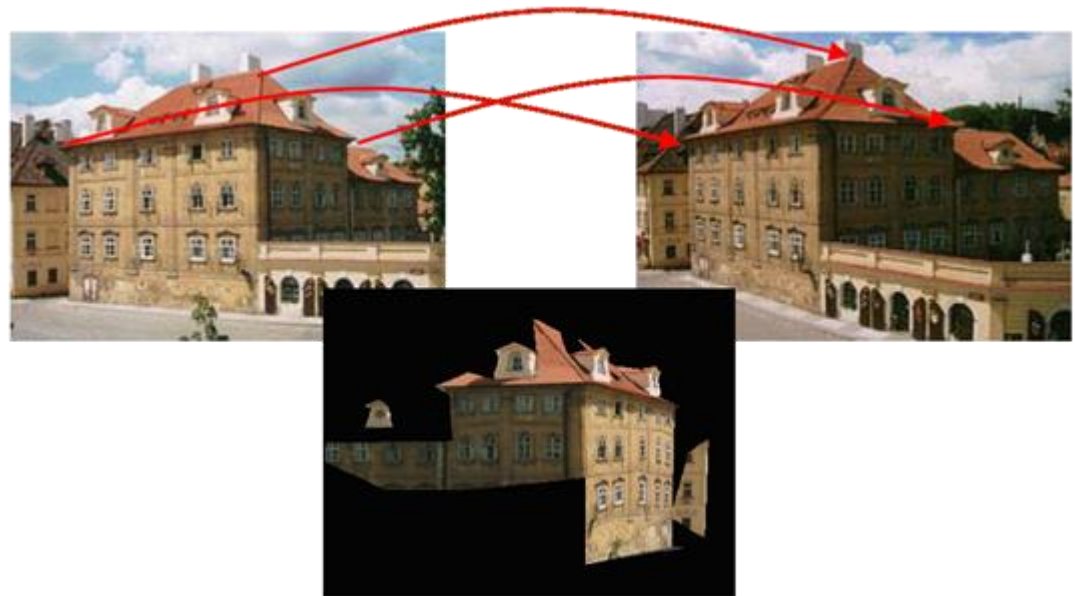
- sledování trajektorie pohybu
- rozpoznávání objektu
- databázové vyhledávání
- rekonstrukce prostorového tvaru
- spojování obrazů do panorama



# Úvod – motivace

- ▶ Lokální příznak – charakteristika unikátní pouze a jen třídě popisovaného objektu (není potřeba sémantická segmentace)
- ▶ Korespondence – hledání shody lokálních příznaků ve více obrazech
- ▶ Příklady aplikace:

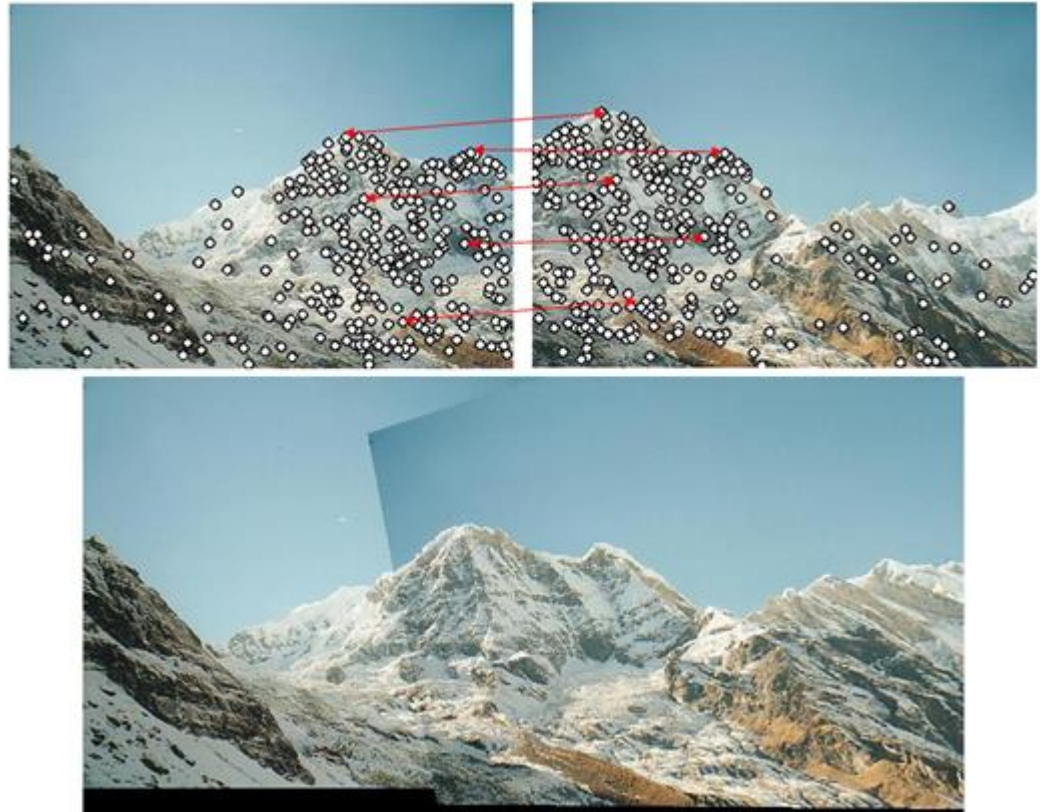
- sledování trajektorie pohybu
- rozpoznávání objektu
- databázové vyhledávání
- rekonstrukce prostorového tvaru
- spojování obrazů do panorama



# Úvod – motivace

- ▶ Lokální příznak – charakteristika unikátní pouze a jen třídě popisovaného objektu (není potřeba sémantická segmentace)
- ▶ Korespondence – hledání shody lokálních příznaků ve více obrazech
- ▶ Příklady aplikace:

- sledování trajektorie pohybu
- rozpoznávání objektu
- databázové vyhledávání
- rekonstrukce prostorového tvaru
- spojování obrazů do panorama





# Lokální příznaky a korespondence

Karel Horák



---

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
- 2. Korespondenční problém.**
3. Detekce významných bodů.
4. Moravcův operátor.
5. Harrisův operátor.
6. Korespondence významných bodů.
7. Korespondenční algoritmus.

# Korespondenční problém – zadání

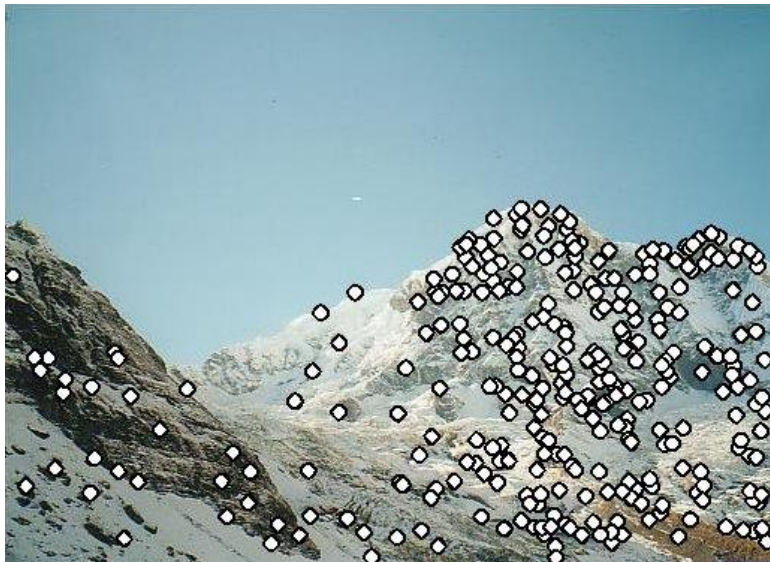
- ▮ Korespondenční problém = nalézt ve dvou potažmo více obrazech sekvence sobě si odpovídající elementy (obrazové segmenty)
- ▮ Problémy – změny ve scéně:
  - geometrické (translace, rotace, změna měřítka, perspektiva, ...)
  - jasové (jas, kontrast, barva, ...)
  - fyzické (zakrytí části objektu, změna konfigurace, ...)
- ▮ Je na snímku stejný objekt?



# Korespondenční problém – definice

▀ Korespondenční problém:

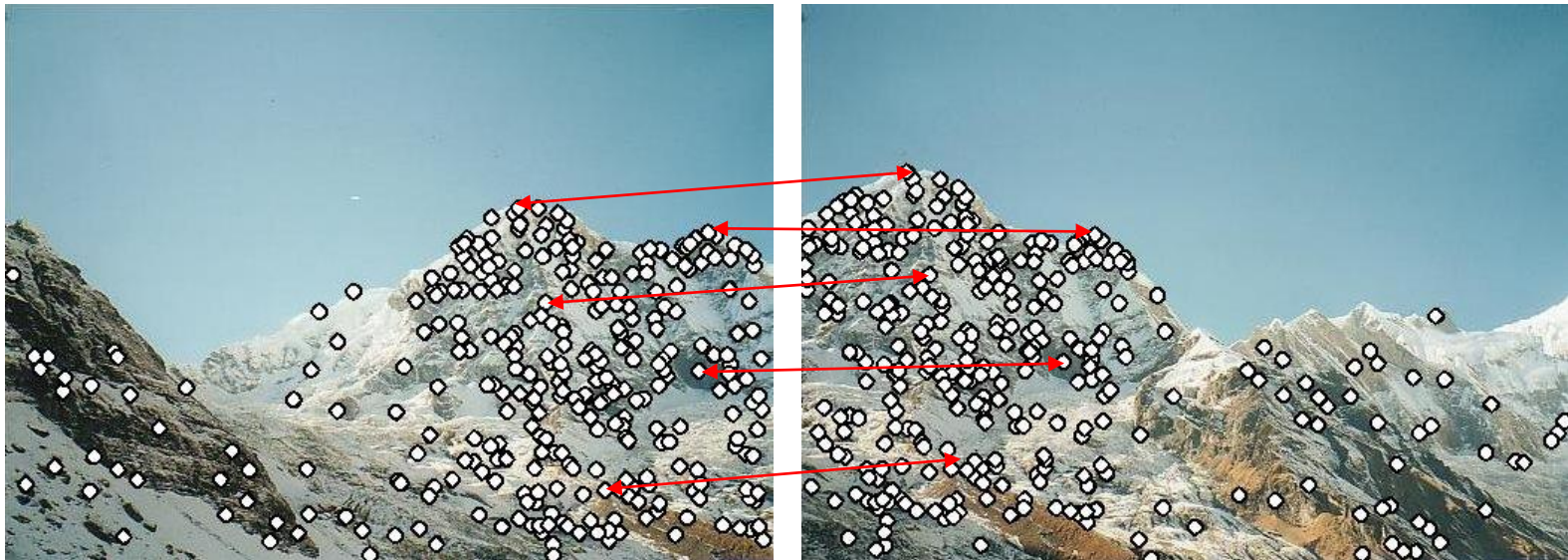
1. fáze – detektor příznaku → nalezení významných bodů
2. fáze – deskriptor příznaku → nalezení korespondenčních párů



# Korespondenční problém – definice

## ▀ Korespondenční problém:

1. fáze – detektor příznaku → nalezení významných bodů
2. fáze – deskriptor příznaku → nalezení korespondenčních párů





# Korespondenční problém – detektor

## ► Problém detektoru významných bodů:

– detekovat tentýž významný bod nezávisle ve dvou obrazech

## ► Požadavek:

– opakovatelnost detektoru = stejná odezva na stejný obrazový segment



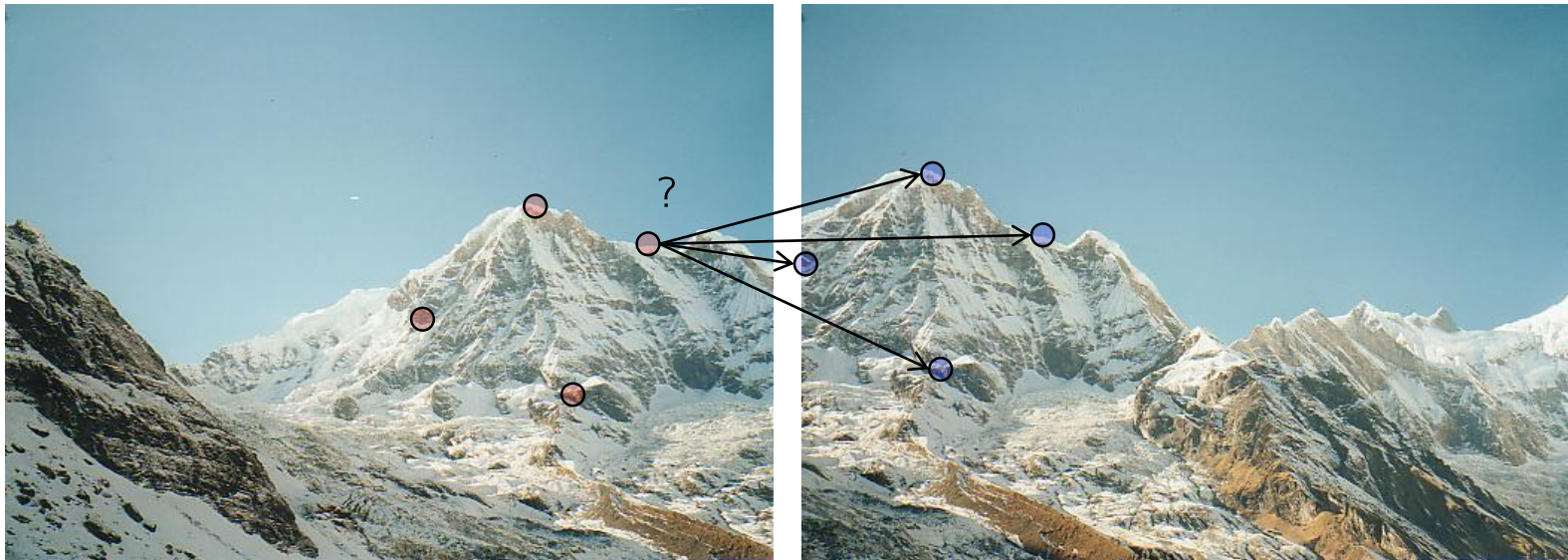
# Korespondenční problém – deskriptor

## ► Problém deskriptoru významných bodů:

– pro každý významný bod správně rozpoznat jemu příslušející v druhém obraze

## ► Požadavek:

– spolehlivost a rozlišitelnost deskriptoru



# Lokální příznaky a korespondence

Karel Horák



---

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Korespondenční problém.
- 3. Detekce významných bodů.**
4. Moravcův operátor.
5. Harrisův operátor.
6. Korespondence významných bodů.
7. Korespondenční algoritmus.

# Detekce významných bodů – definice

- ▶ Významný bod – formálně:
  - poloha obrazového bodu vykazující vysoký gradient jasové funkce v definovaném okolí
- ▶ Významný bod – neformálně:
  - místo v obrazu co nejméně podobné svému blízkému okolí tzn. vrcholy, rohy, hranice

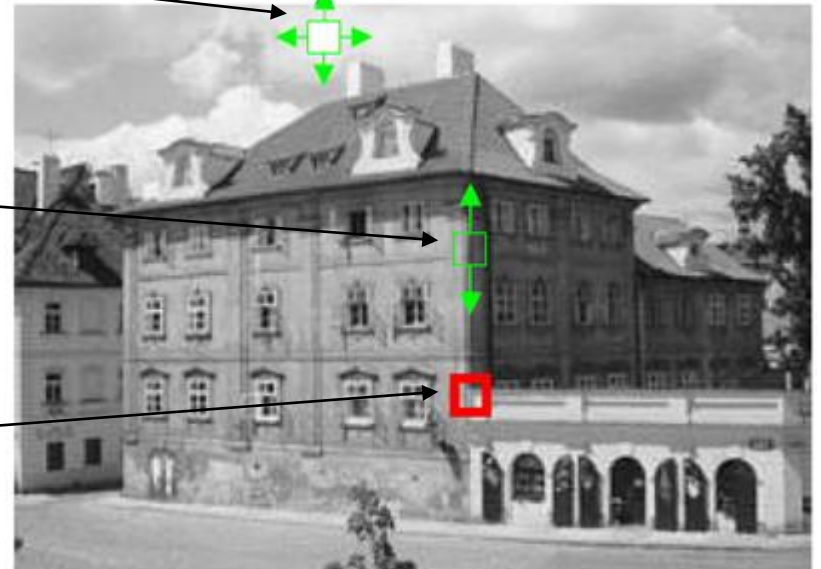
▶ Lokálně nerozeznatelná oblast →



▶ Lokálně částečně rozeznatelná oblast →



▶ Lokálně plně rozeznatelná oblast →





# Detekce významných bodů – použití

## ▀ Statické obrazy:

- detekce množiny významných bodů v analyzovaném obrazu  
↓
- nalezení podobné konfigurace významných bodů v databázi  
↓
- příznakový prostor  $\Rightarrow$  znalost třídy = klasifikace



## ▀ Dynamické obrazy:

- detekce množiny významných bodů v analyzovaných obrazech sekvence  
↓
- nalezení vzájemné korespondence významných bodů  
↓
- rychlostní pole  $\Rightarrow$  znalost pohybu = klasifikace

# Lokální příznaky a korespondence

Karel Horák



---

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Korespondenční problém.
3. Detekce významných bodů.
- 4. Moravcův operátor.**
5. Harrisův operátor.
6. Korespondence významných bodů.
7. Korespondenční algoritmus.

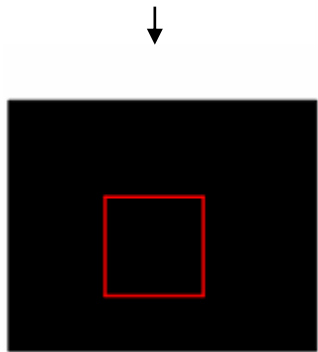
# Detekce významných bodů – Moravec

- Detektor významných bodů Moravec (Hans Moravec, 1977):

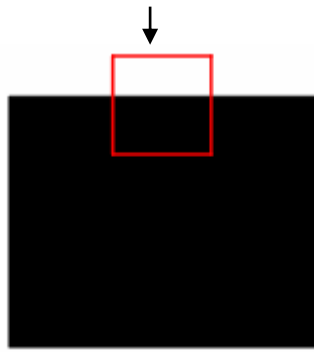
$$g(i, j) = \frac{1}{8} \sum_{m=i-1}^{i+1} \sum_{n=j-1}^{j+1} |f(i, j) - f(m, n)|$$

- Odezva operátoru na signál – významné jasové změny:

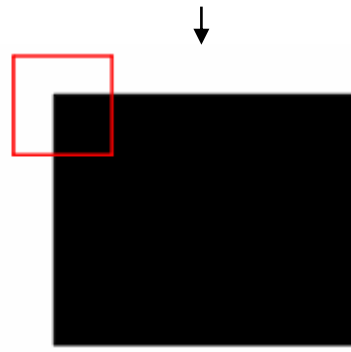
v žádném směru



podél hrany (jeden směr)



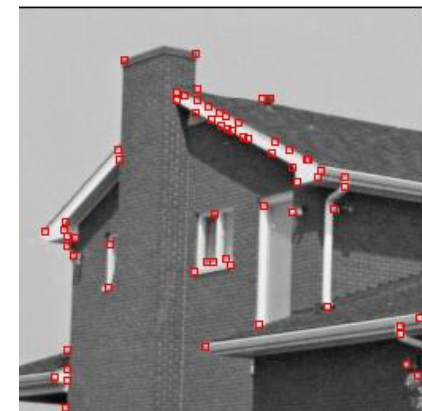
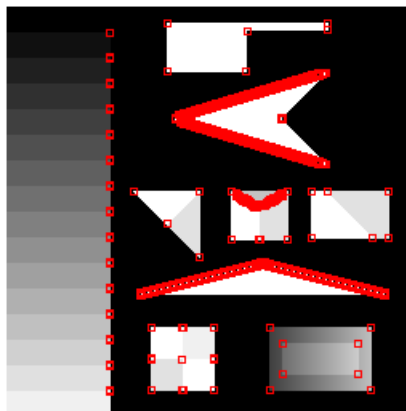
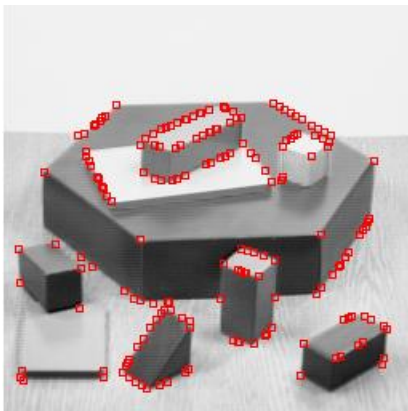
roh (všechny směry)



bod (všechny směry)

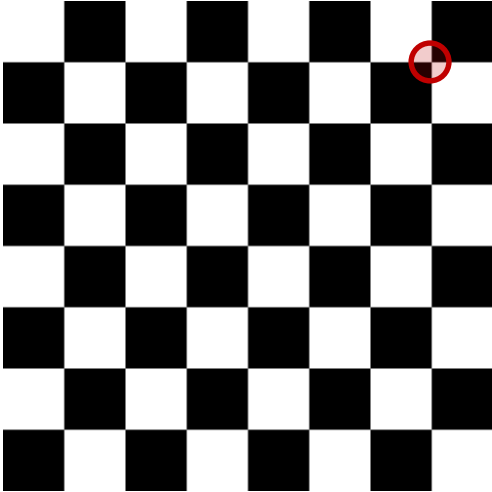


- Výsledek aplikace operátoru:

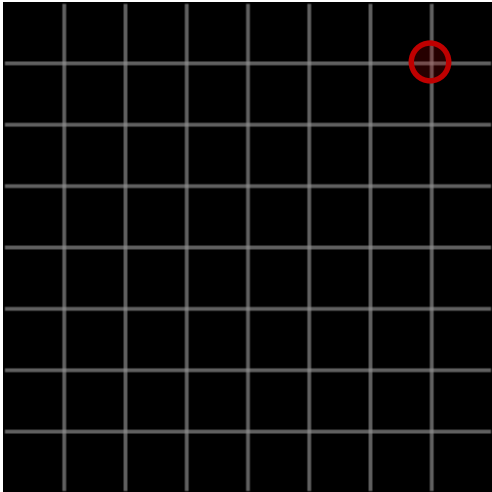


# Detekce významných bodů – Moravec

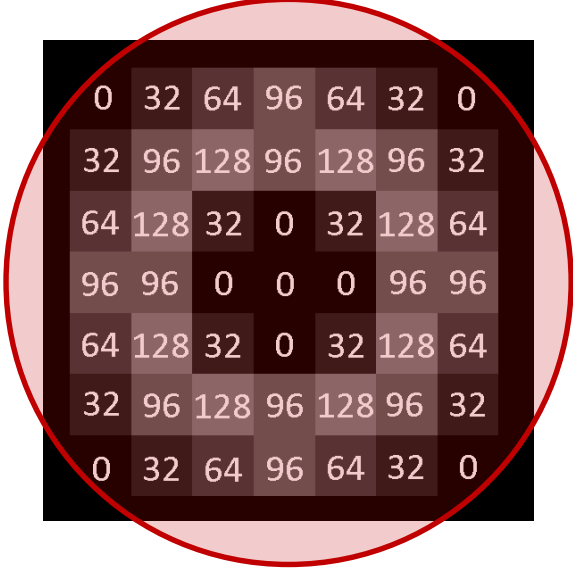
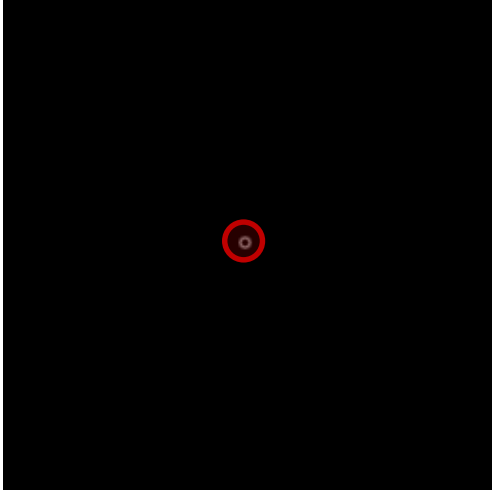
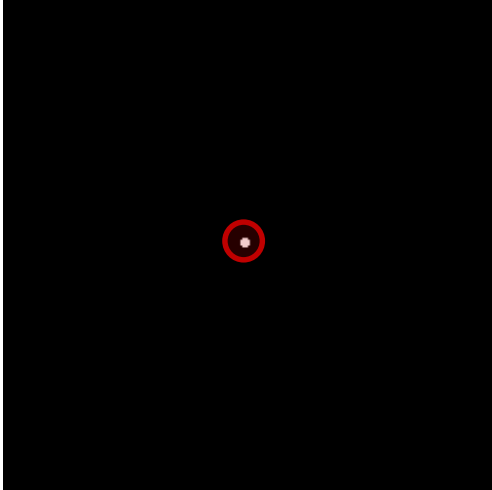
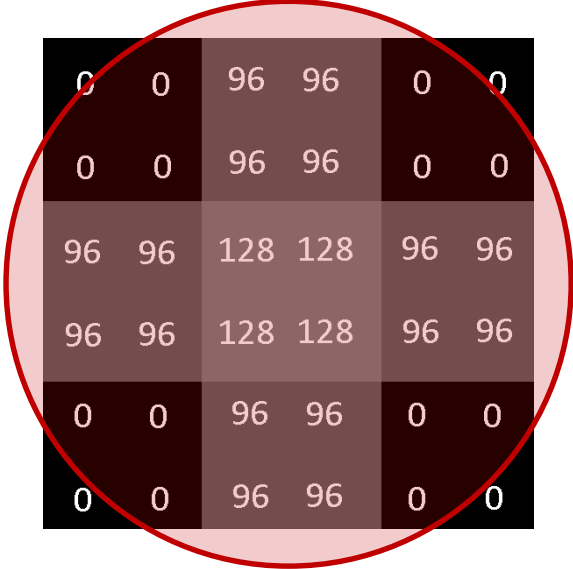
$$g(i, j) = \frac{1}{8} \sum_{m=i-1}^{i+1} \sum_{n=j-1}^{j+1} |f(i, j) - f(m, n)|$$



$f(i, j)$



$g(i, j)$



# Lokální příznaky a korespondence

Karel Horák



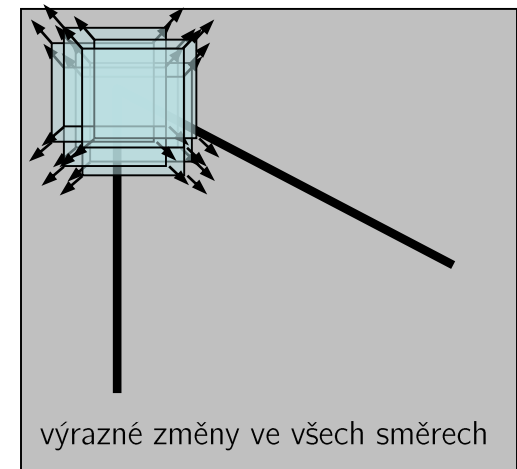
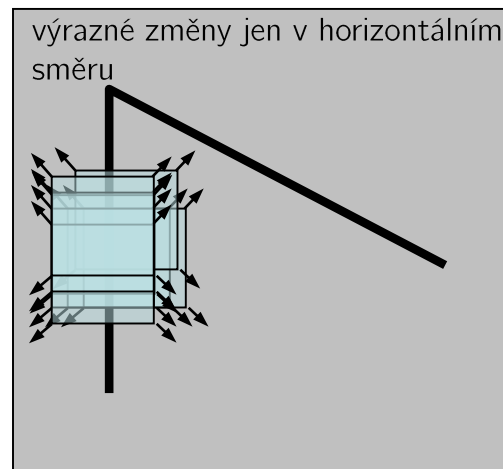
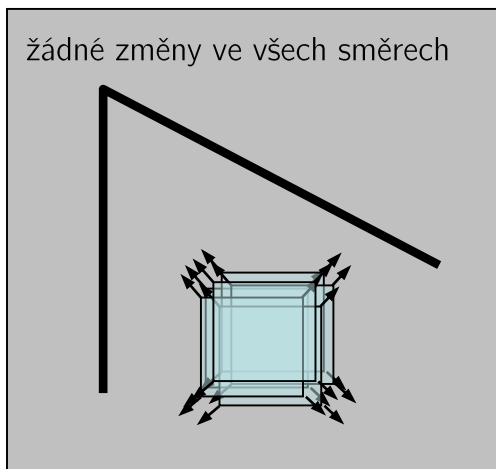
---

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Korespondenční problém.
3. Detekce významných bodů.
4. Moravcův operátor.
- 5. Harrisův operátor.**
6. Korespondence významných bodů.
7. Korespondenční algoritmus.

# Detekce významných bodů – Harris

- ▶ Detektor významných bodů Harris (Chris Harris, Mike Stephens, 1988):
- ▶ (všimněte si - v názvu původního článku jsou rohy i hrany: „C.Harris, M.Stephens.“A Combined Corner and Edge Detector“. 1988“)
- ▶ Princip neformálně:
  - základní myšlenka = posunem lokálního okénka dojde k výrazným jasovým změnám ve všech směrech pouze v místě významného bodu (rohu)
- ▶ Princip formálně:
  - algoritmus založen na lokální auto-korelační funkci (přesně matematicky jde o sumu čtverců odchylek = podobnost jasové funkce při posunu okénka)



# Detekce významných bodů – Harris

## Odvození operátoru:

– auto-korelační funkce  $c(x,y)$ :

$$c(x, y) = \sum_{(u,v) \in W(x,y)} w(u, v) \cdot [I(u, v) - I(u + \Delta x, v + \Delta y)]^2$$

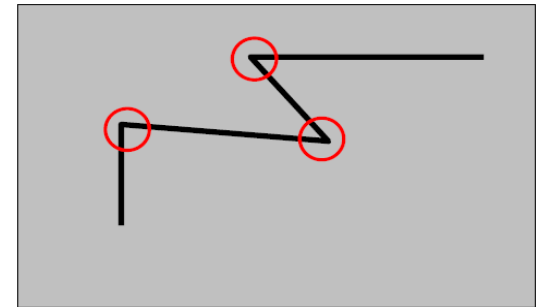
▶  $W(x,y)$  ... vyšetřované okénko středěné na pozici  $(x,y)$

▶  $(u,v)$  ... souřadnice v rámci okénka

▶  $w(u,v)$  ... váhová funkce

▶  $I(u,v)$  ... jasová funkce

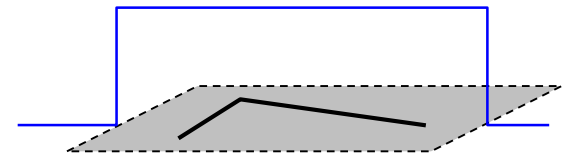
▶  $(\Delta x, \Delta y)$  ... lokální posun okénka



## ▶ Váhová funkce $w(u,v)$ :

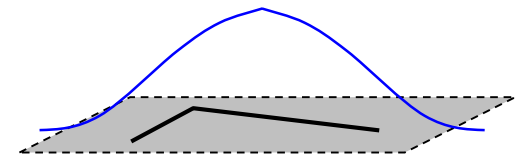
– konstantní:

$$w(u, v) = \begin{cases} 1 & \dots (u, v) \in W \\ 0 & \dots (u, v) \notin W \end{cases}$$



– gaussova:

$$w(u, v) = e^{-\frac{(u-x)^2 + (v-y)^2}{2\sigma^2}}$$



# Detekce významných bodů – Harris

## ► Odvození operátoru:

– dále pro jednoduchost uvažujeme konstantní  $w(u,v)$

– posunutí  $(\Delta x, \Delta y)$  lze aproximovat Taylorovým rozvojem prvního řádu:

$$I(u + \Delta x, v + \Delta y) \approx I(u, v) + [I_x(u, v) \quad I_y(u, v)] \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

►  $I_x(u,v)$  ... parciální derivace jasové funkce ve směru osy x aproximovaná diferencí:

$$I_x(u, v) = \frac{\partial I(u, v)}{\partial x} \approx I(u + 1, v) - I(u, v)$$

►  $I_y(u,v)$  ... parciální derivace jasové funkce ve směru osy y aproximovaná diferencí:

$$I_y(u, v) = \frac{\partial I(u, v)}{\partial y} \approx I(u, v + 1) - I(u, v)$$



# Detekce významných bodů – Harris

► Odvození operátoru:

– substitucí aproximace  $I(u+\Delta x, v+\Delta y)$  do vztahu auto-korelační funkce  $c(x,y)$ :

$$\begin{aligned}
 c(x, y) &= \sum_w [I(u, v) - I(u + \Delta x, v + \Delta y)]^2 \\
 &= \sum_w [I(u, v) - I(u, v) - [I_x(u, v) \quad I_y(u, v)] \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}]^2 \\
 &= \sum_w [[I_x(u, v) \quad I_y(u, v)] \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}]^2 \\
 &= [\Delta x \quad \Delta y] \cdot \begin{bmatrix} \sum_w I_x^2(u, v) & \sum_w I_x(u, v) \cdot I_y(u, v) \\ \sum_w I_x(u, v) \cdot I_y(u, v) & \sum_w I_y^2(u, v) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

► Poslední řádek lze zapsat:

$$[\Delta x \quad \Delta y] \cdot C(x, y) \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

# Detekce významných bodů – Harris

- Detekce přítomnosti významného bodu:
  - analýza vlastních čísel  $\lambda$  matice  $C$ :

$$C(x, y) = \begin{bmatrix} \sum_w I_x^2(u, v) & \sum_w I_x(u, v) \cdot I_y(u, v) \\ \sum_w I_x(u, v) \cdot I_y(u, v) & \sum_w I_y^2(u, v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}, C_{12} = C_{21}$$

- Výpočet vlastních čísel:
  - čtvercová matice řádu 2  $\Rightarrow$  dvě vlastní čísla  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$
  - výpočet:

$$\det(C - \lambda \cdot E) = 0 \Rightarrow \det \left( \begin{bmatrix} I_x^2 - \lambda & I_x \cdot I_y \\ I_x \cdot I_y & I_y^2 - \lambda \end{bmatrix} \right) = 0 \Rightarrow \lambda_1, \lambda_2$$

- $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  = rotačně nezávislé příznaky

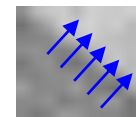
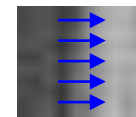
# Detekce významných bodů – Harris

► Mohou nastat tři případy kombinace  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$ :

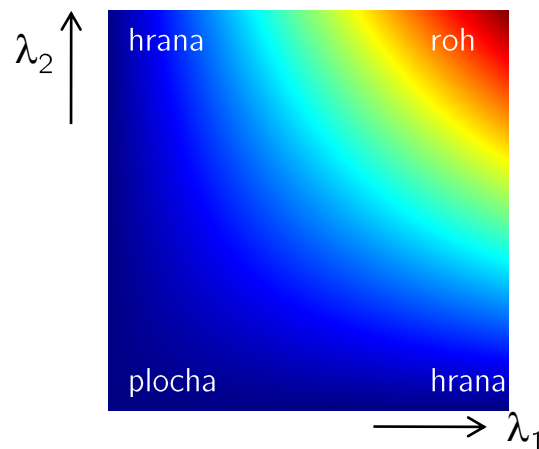
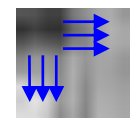
–  $(\lambda_1, \lambda_2)$  ... nízké hodnoty  $\rightarrow$  auto-korelační funkce je plochá  $\rightarrow$  obraz v políčku je konstantní



–  $(\lambda_1, \lambda_2)$  ... nízká+vysoká hodnota  $\rightarrow$  auto-korelační funkce má hřbet  $\rightarrow$  obraz v políčku je hrana



–  $(\lambda_1, \lambda_2)$  ... vysoké hodnoty  $\rightarrow$  auto-korelační funkce má vrchol  $\rightarrow$  obraz v políčku je roh



# Detekce významných bodů – Harris

- Indikátor přítomnosti rohu  $H(\lambda_1, \lambda_2)$ :

$$H(\lambda_1, \lambda_2) = \det(C) - \kappa \cdot \text{trace}(C)^2$$

- Determinant matice  $C$ :

$$\det C(x, y) = C_{11} \cdot C_{22} - C_{12} \cdot C_{21} = \lambda_1 \cdot \lambda_2$$

- Součet prvků na hlavní diagonále matice  $C$ :

$$\text{trace } C(x, y) = C_{11} + C_{22} = \lambda_1 + \lambda_2$$

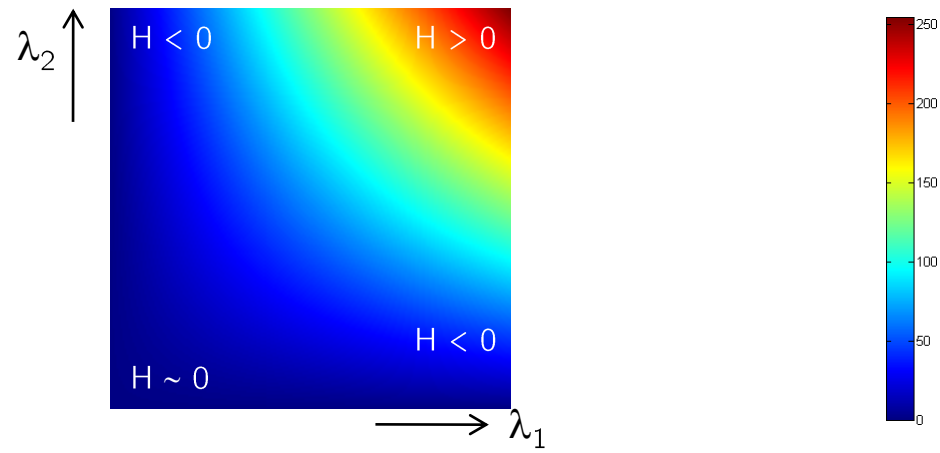
- $\kappa = 0.04 \dots 0.15 =$  empirická konstanta

$$H(\lambda_1, \lambda_2) = \lambda_1 \cdot \lambda_2 - \kappa \cdot (\lambda_1 + \lambda_2)^2$$

# Detekce významných bodů – Harris

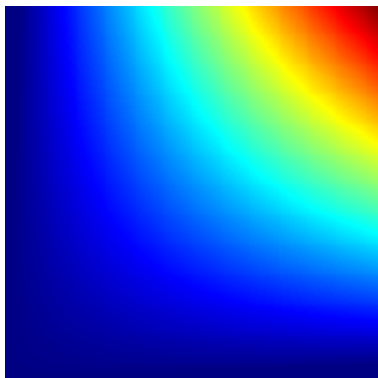
Indikátor přítomnosti rohu  $H(\lambda_1, \lambda_2)$ :

$$H(\lambda_1, \lambda_2) = \lambda_1 \cdot \lambda_2 - \kappa \cdot (\lambda_1 + \lambda_2)^2$$

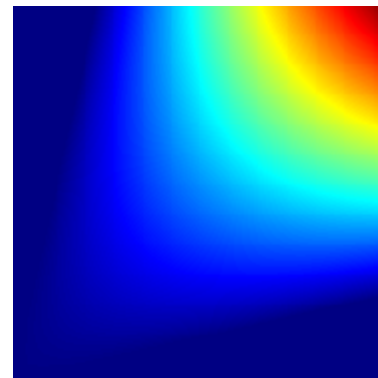


Vliv  $\kappa$ :

$\kappa = 0.04$



$\kappa = 0.15$



# Detekce významných bodů – Harris

- ▶ Určení významných bodů (rohů) – postup algoritmu:
  - filtrace šumu (Gauss,  $\sigma=1$ )
  - výpočet gradientních funkcí  $I_x$  a  $I_y$
  - výpočet prvků  $C_{mn}$  auto-korelační matice  $C$
  - výpočet hodnoty  $H(\lambda_1, \lambda_2)$  pomocí vlastních čísel matice  $C$
  - určení významných bodů prahováním a nalezením lokálních maxim v  $H(\lambda_1, \lambda_2)$



# Detekce významných bodů – Harris

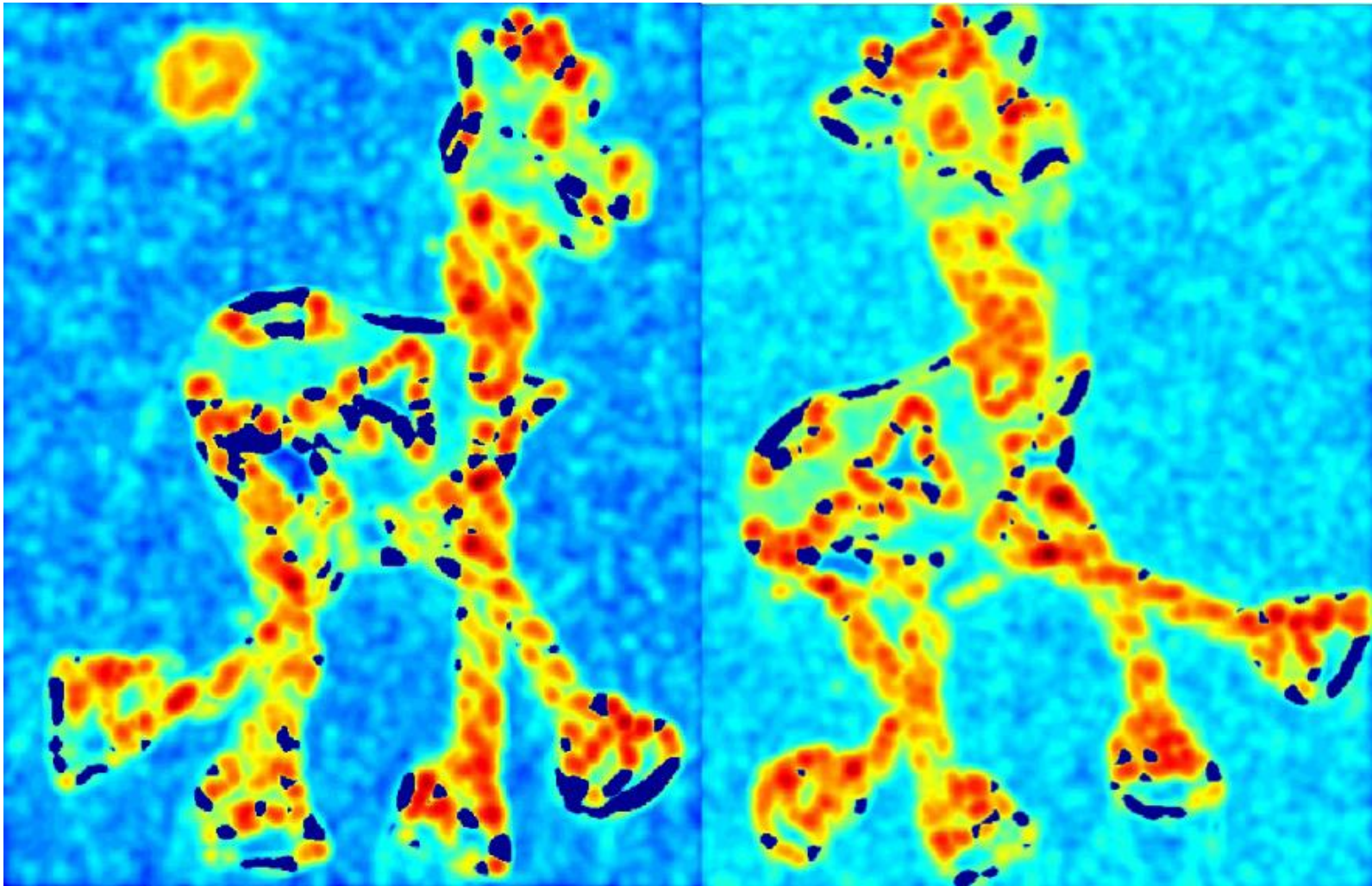
► Příklad – originální obrazy:





# Detekce významných bodů – Harris

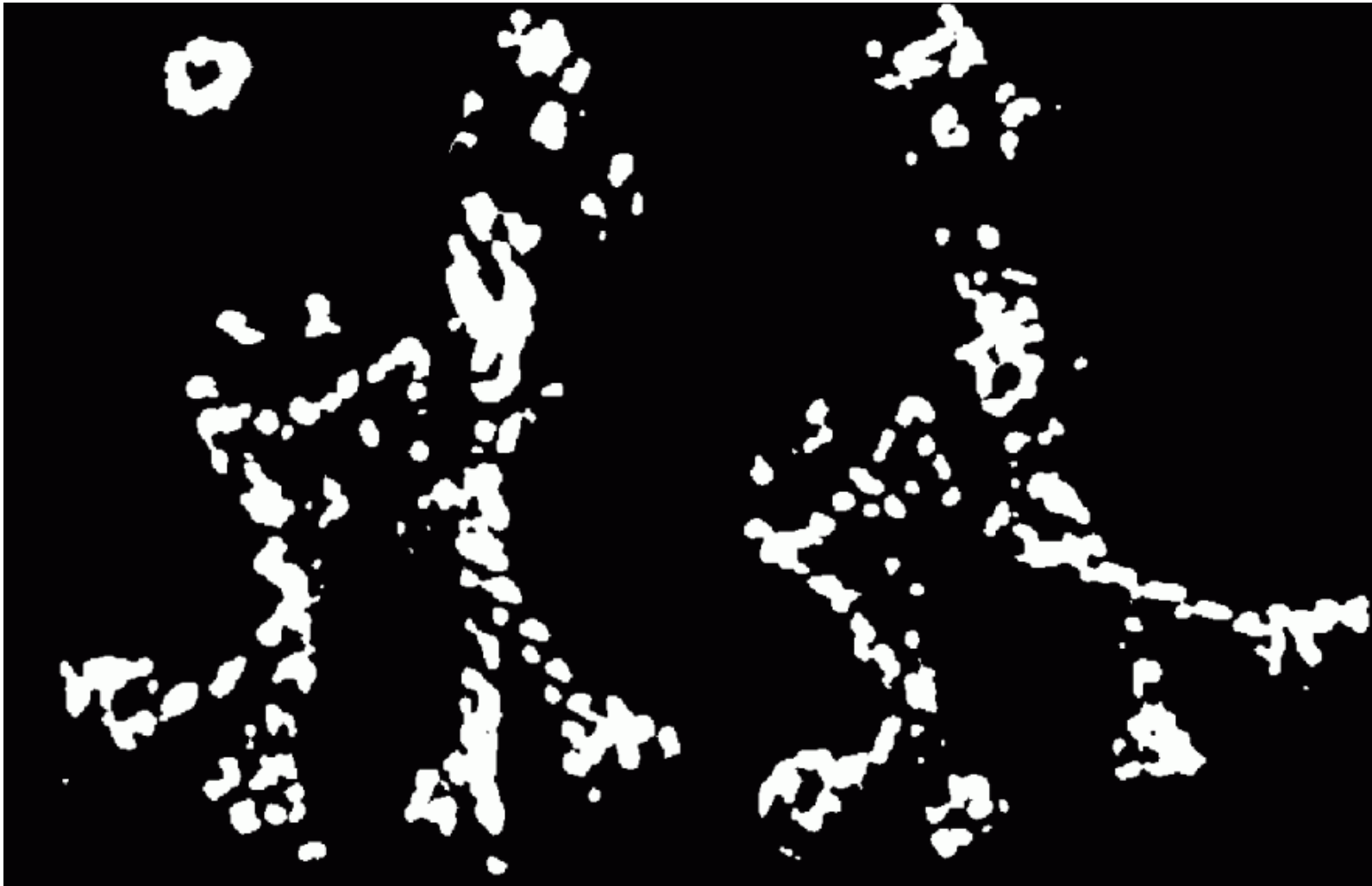
► Příklad – odezva  $H(\lambda_1, \lambda_2)$ :





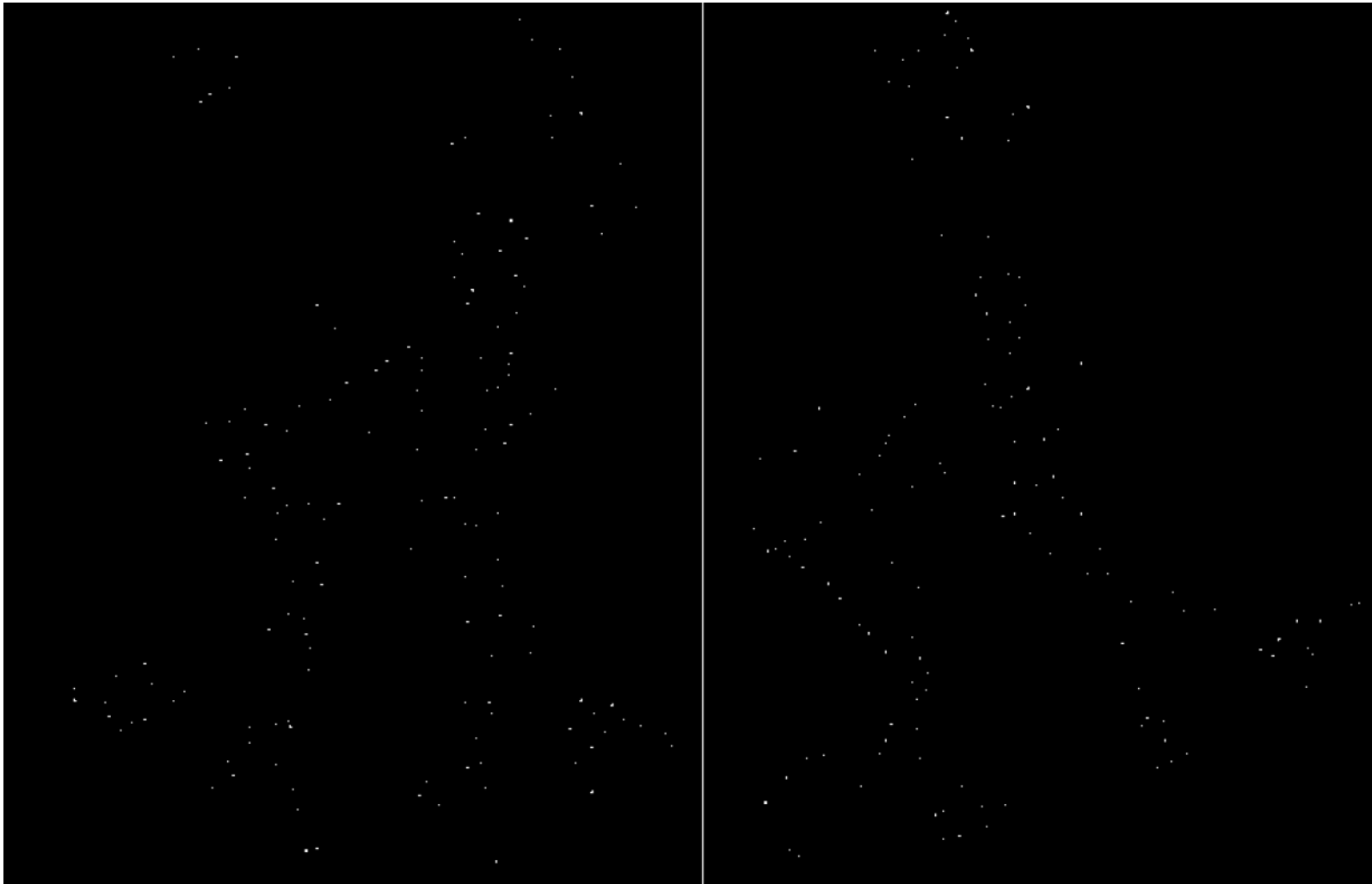
# Detekce významných bodů – Harris

- ▶ Příklad – prahovaná odezva  $H(\lambda_1, \lambda_2)$ :



# Detekce významných bodů – Harris

- ▶ Příklad – lokální maxima prahované odezvy  $H(\lambda_1, \lambda_2)$ :



# Detekce významných bodů – Harris

► Příklad – významné body:

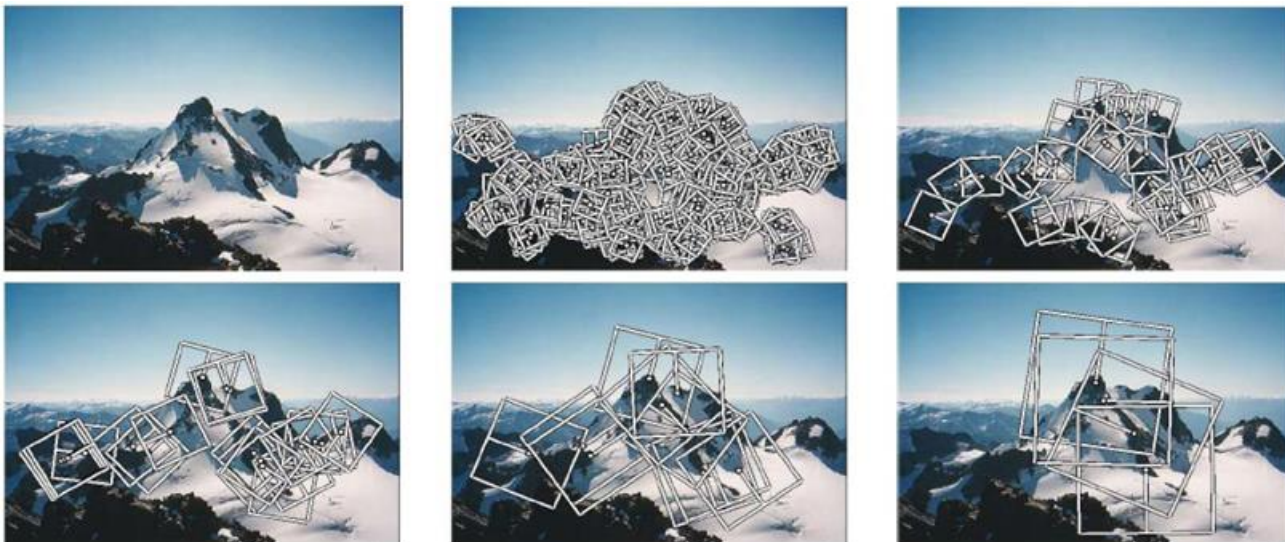


# Detekce významných bodů – Harris

## ► Vlastnosti algoritmu:

- + nezávislost na translaci a rotaci
- + nezávislost na změně intenzity
- + nezávislost na malých změnách místa snímání
- + nízká výpočetní náročnost
- + odolnost vůči šumu
- závislost na změně měřítka
- závislost na vysokých změnách kontrastu
- závislost na velkých změnách místa snímání

## ► Změna měřítka okénka $W$ :



# Lokální příznaky a korespondence

Karel Horák



---

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Korespondenční problém.
3. Detekce významných bodů.
4. Moravcův operátor.
5. Harrisův operátor.
- 6. Korespondence významných bodů.**
7. Korespondenční algoritmus.

# Korespondence významných bodů – definice

- Významné body obrazu A:

$$\{a_m\} = (a_1, a_2, \dots, a_m) = ((x_{a1}, y_{a1}), (x_{a2}, y_{a2}), \dots, (x_{am}, y_{am}))$$

- Významné body obrazu B:

$$\{b_n\} = (b_1, b_2, \dots, b_n) = ((x_{b1}, y_{b1}), (x_{b2}, y_{b2}), \dots, (x_{bn}, y_{bn}))$$

Obraz A

Obraz B



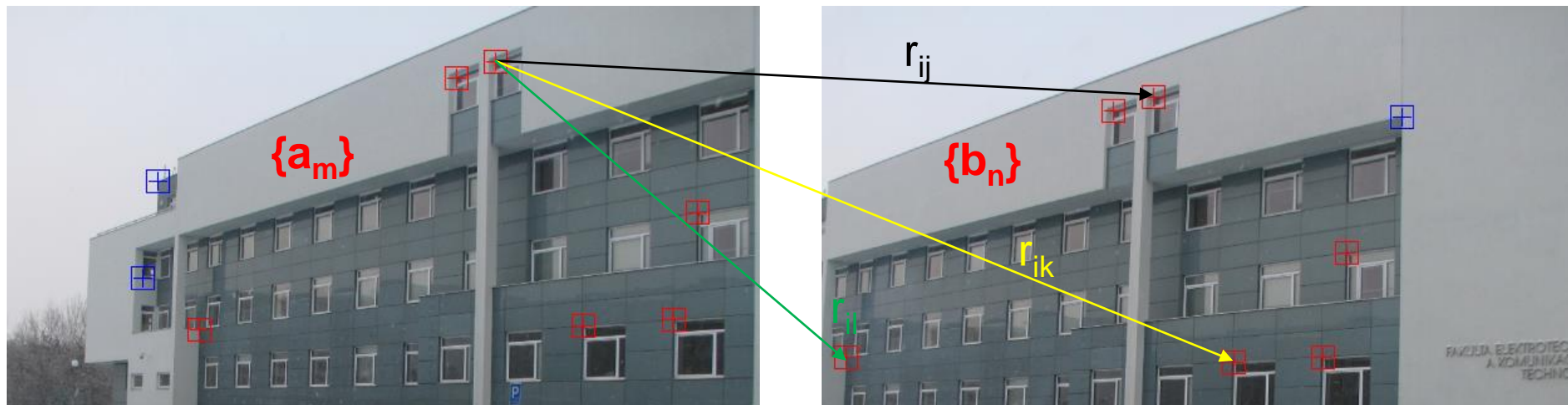
# Korespondence významných bodů – definice

- Vektor vzdálenosti mezi bodem  $a_i$  a bodem  $b_j$ :

$$r_{ij} = \|a_i - b_j\| = \|(x_{a_i}, y_{a_i}) - (x_{b_j}, y_{b_j})\|$$

- Matice vzdáleností významných bodů  $\{a_m\}$  a  $\{b_n\}$ :

$$r_{ij} \rightarrow \begin{Bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{Bmatrix}$$





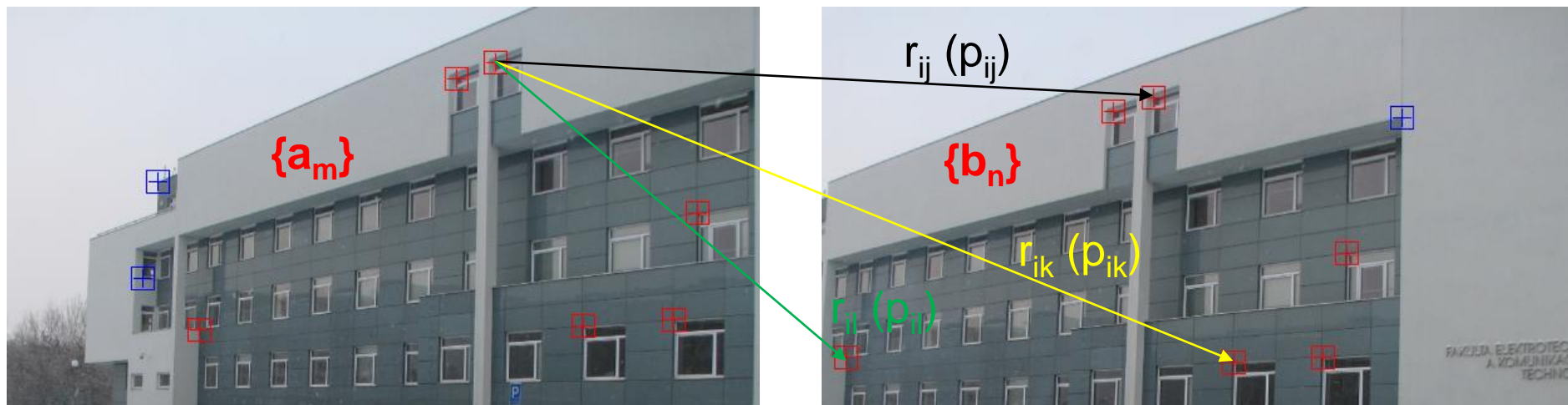
# Korespondence významných bodů – definice

- Korespondenční pravděpodobnost mezi bodem  $a_i$  a  $b_j$ :

$$p_{ij} = f(a_i, b_j)$$

- Matice korespondenčních pravděpodobností:

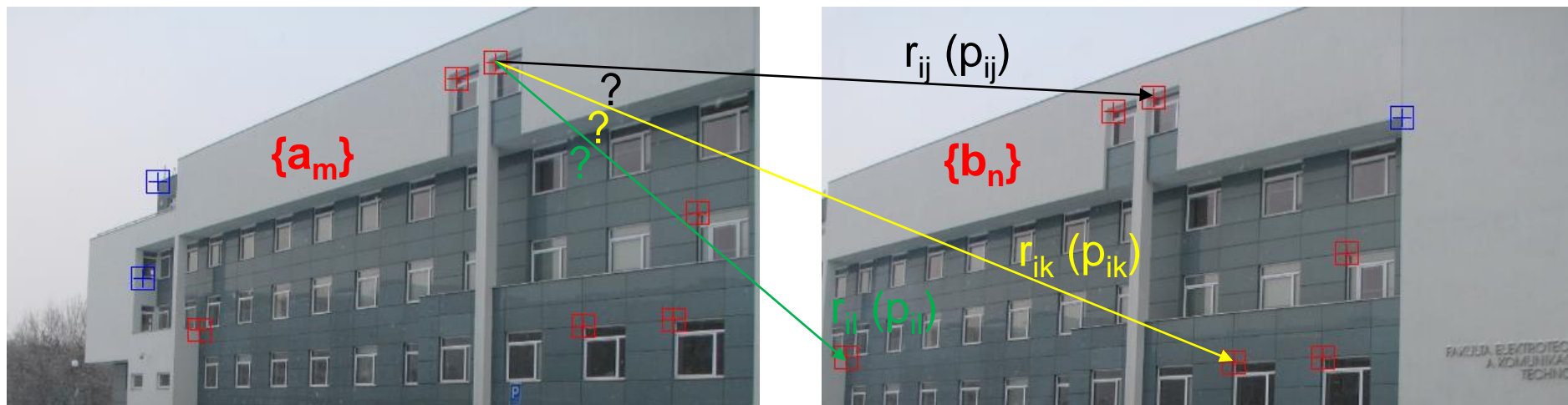
$$P_{ij} \rightarrow \begin{Bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mn} \end{Bmatrix}$$





# Korespondence významných bodů – úloha

- ▶ Korespondence bodu  $a_i$  a bodu  $b_j =$  vyjádření pravděpodobnosti, že významný bod  $a_i$  obrazu A přísluší významnému bodu  $b_j$  obrazu B.
- ▶ Hledání korespondence – iterační proces:
  1. určení všech potenciálních korespondencí
  2. věrohodnost korespondenčního páru
  3. mapování věrohodných korespondencí
- ▶ Ideální řešení = kompletní mapování pixel  $\rightarrow$  pixel mezi obrazy A a B  $\rightarrow$  reálně není možné.



# Korespondence významných bodů – omezení

► Omezení korespondencí  $\{a_m\} \rightarrow \{b_n\}$  u reálných objektů:

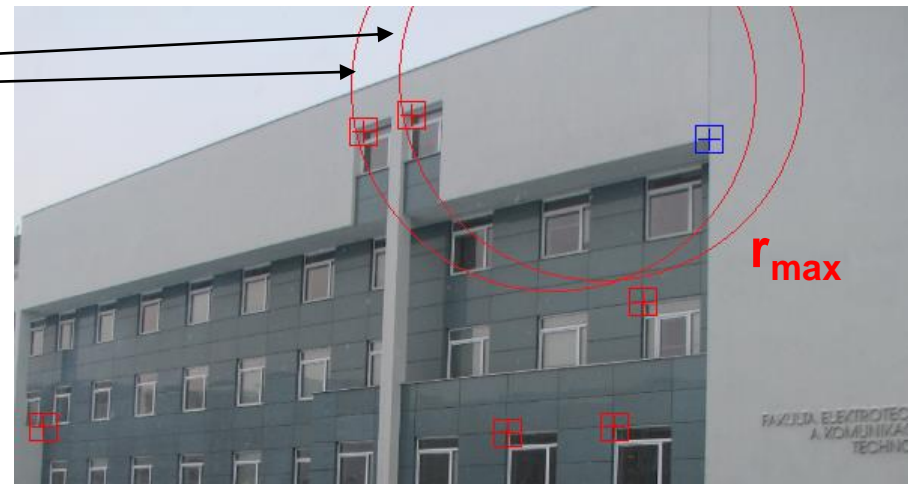
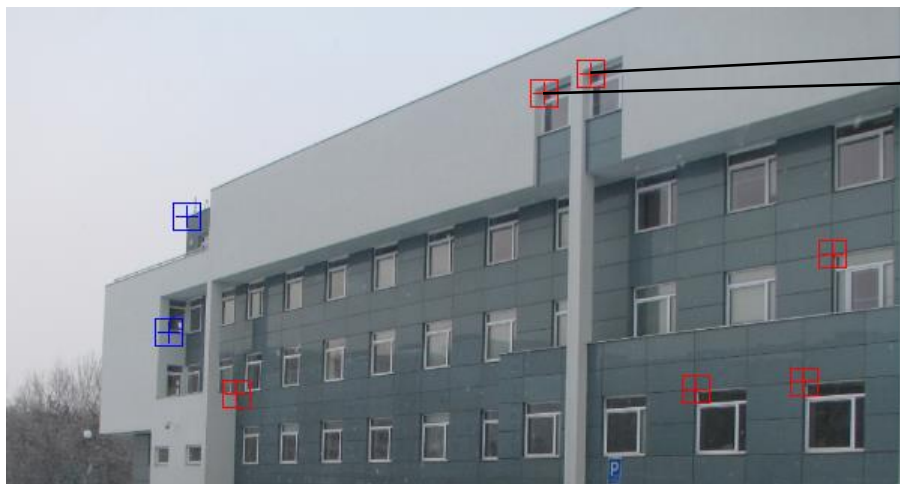
– dynamické obrazy: předpokládáme maximální rychlost pohybu objektů

– statické obrazy: předpokládáme konečnou změnu polohy objektů

$$\left. \begin{array}{l} \text{– dynamické obrazy: předpokládáme maximální rychlost pohybu objektů} \\ \text{– statické obrazy: předpokládáme konečnou změnu polohy objektů} \end{array} \right\} \|a_i - b_j\| < r_{\max}$$

► Korespondence nevyhovující podmínce jsou vyřazeny  $\Rightarrow$  příslušné  $p_{ij}$  nastaveno na 0

► Korespondence vyhovující podmínce představují tzv. potenciální korespondence  $\Rightarrow p_{ij} > 0$



# Korespondence významných bodů – konzistence

## ► Konzistence dvou korespondencí:

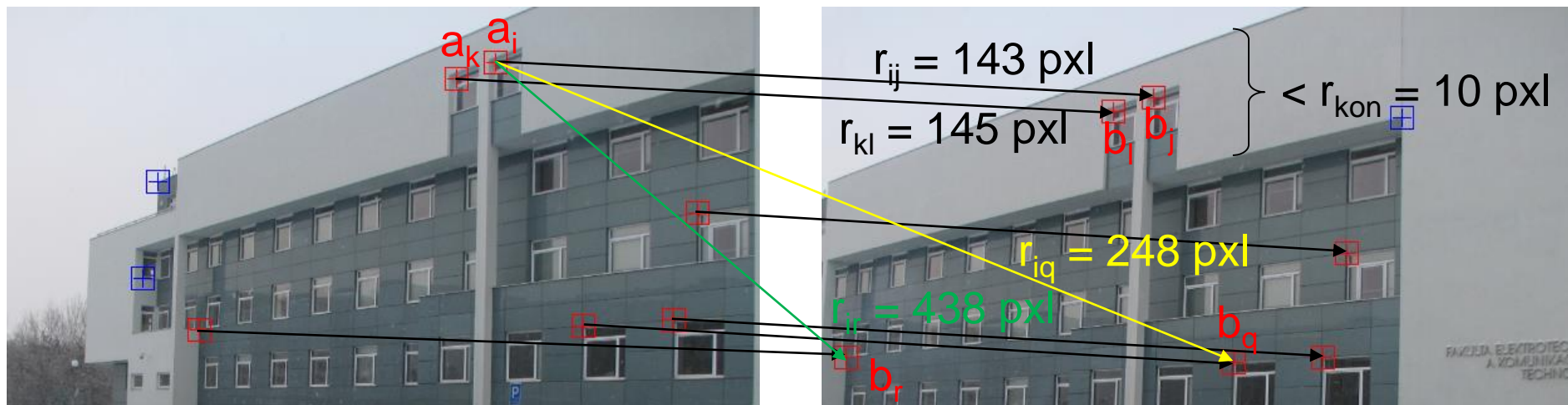
- uvažujme dvě potenciální korespondence  $(a_i \rightarrow b_j)$  a  $(a_k \rightarrow b_l)$
- příslušné vektory vzdálenosti jsou  $r_{ij}$  a  $r_{kl}$

## ► Uvedené korespondence jsou konzistentní, pokud příslušné vektory vzdálenosti vyhovují podmínce:

$$\|r_{ij} - r_{kl}\| < r_{kon}$$

## ► $r_{kon}$ ... konstanta stanovená vzhledem k předpokladům pohybu tuhých těles (aplikačně závislá)

## ► Konzistence korespondencí zvyšuje jejich věrohodnost tj. zvýšení hodnot pravděpodobností $p_{ij}$ a $p_{kl}$



# Lokální příznaky a korespondence

Karel Horák



---

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Korespondenční problém.
3. Detekce významných bodů.
4. Moravcův operátor.
5. Harrisův operátor.
6. Korespondence významných bodů.
- 7. Korespondenční algoritmus.**

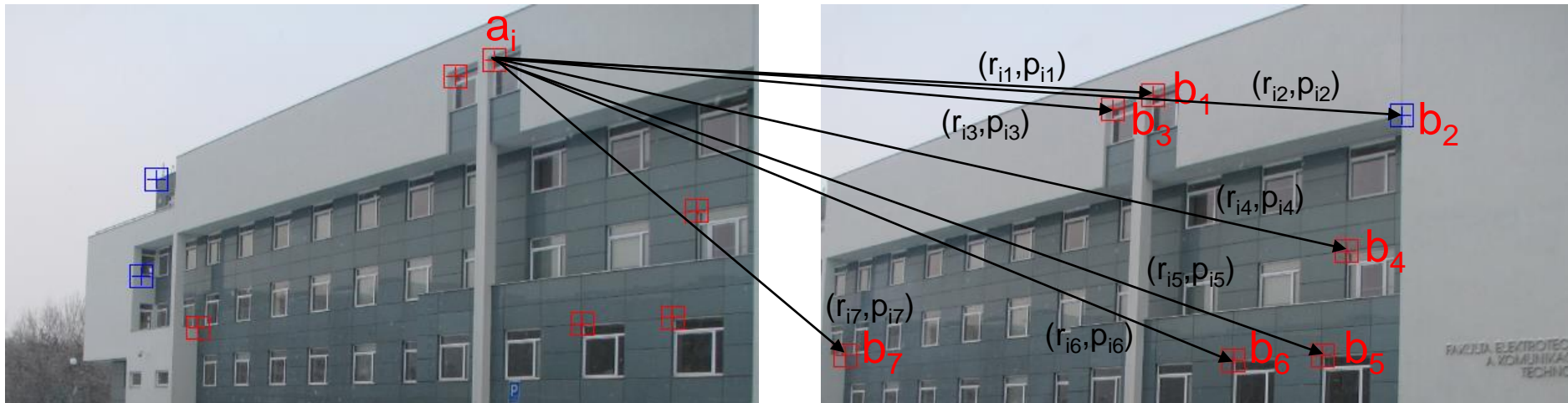
# Korespondence významných bodů – algoritmus

## Iterační algoritmus výpočtu korespondencí:

1. detekce významných bodů obrazů A a B tj. množin  $\{a_m\}$  a  $\{b_n\}$
2. určení všech potenciálních korespondencí ( $a_i \rightarrow b_j$ )
3. sestavení matice uspořádaných dvojic  $(r_{ij}, p_{ij})$ , prvek matice s indexy  $(i, j)$  určuje:
  - vektor vzdálenosti  $r_{ij}$  mezi významným bodem  $a_i$  obrazu A a bodem  $b_j$  obrazu B
  - pravděpodobnost korespondence  $p_{ij}$

4. normalizace pravděpodobností korespondencí:

$$p_{ij}^z = \frac{\tilde{p}_{ij}^z}{\sum_n \tilde{p}_{ij}^z}$$



# Korespondence významných bodů – algoritmus

## Iterační algoritmus výpočtu korespondencí:

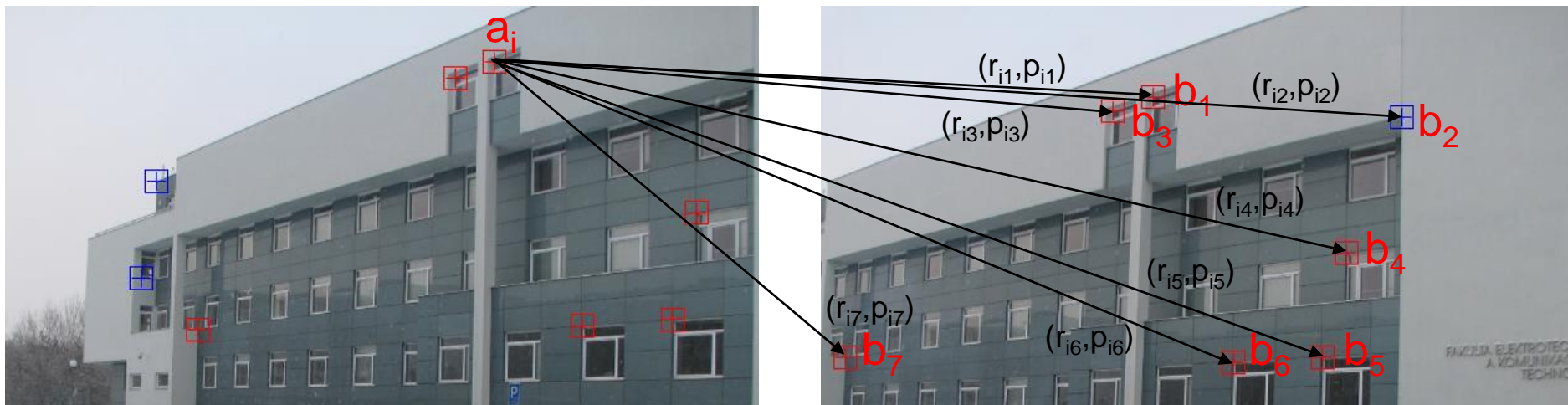
5. určení počátečních pravděpodobností  $p_{ij}^0$  (pomocí metriky  $s_{ij}$  podobnosti bodů):

$$p_{ij}^0 = \frac{1}{1 + k_1 \cdot s_{ij}} \quad k_1 = \text{konvergenční konstanta}$$

pozn.: podobnost bodů  $a_i$  a  $b_j$  je kvantitativně vyjádřena funkcí  $s_{ij}$ :

$$s_{ij} = \sum_{\Omega} [f_1(\Omega(a_i)) - f_2(\Omega(b_j))]^2$$

kde  $f_1, f_2$  jsou obrazové funkce a  $\Omega$  zvolené okolí bodu





# Korespondence významných bodů – algoritmus

## Iterační algoritmus výpočtu korespondencí:

6. určení pravděpodobnosti  $p_{ij}$  korespondence  $(a_i \rightarrow b_j)$  v  $n$ -té iteraci:

$$\tilde{p}_{ij}^n = p_{ij}^{n-1} \cdot (k_2 + k_3 \cdot q_{ij}^{n-1})$$

kde  $q_{ij}^n$  je tzv. kvalita korespondence v  $n$ -té iteraci:

$$q_{ij}^{n-1} = \sum_k \sum_l p_{kl}^{n-1}$$

pozn. musí platit, že korespondence  $(a_i \rightarrow b_j)$  je konzistentní s korespondencí  $(a_q \rightarrow b_r)$

7. pokud  $p_{ij} > p_{\text{end}}$  (požadovaná pravděpodobnost)  $\Rightarrow$  konec iteračního výpočtu

