Zpracování vícerozměrných signálů
Úvod

Miloslav Richter

Machine Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. Organizace kurzu:
   Základní stránka kurzu - plán semestru (vision.uamt.feec.vutbr.cz ZVS)
   Detailní náplň přednášek
   Vyhláška kurzu
   Literatura
2. Aplikace zpracování 2D signálu - motivace
3. Základní pojmy zpracování signálů (opakování) a jejich rozšíření pro 2D signál (základní přehled)

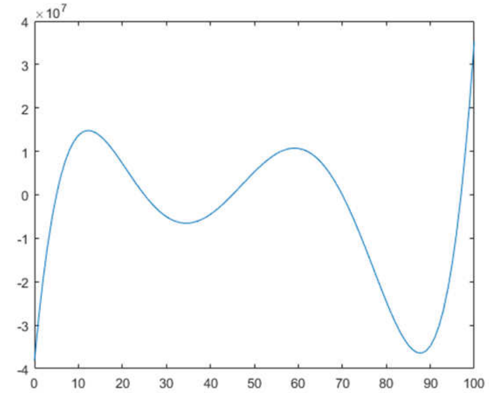
Jednorozměrný signál
typy, dělení

Co si představujete pod pojmy

- spojitý a diskrétní signál
- kvantizace
- číslicový signál

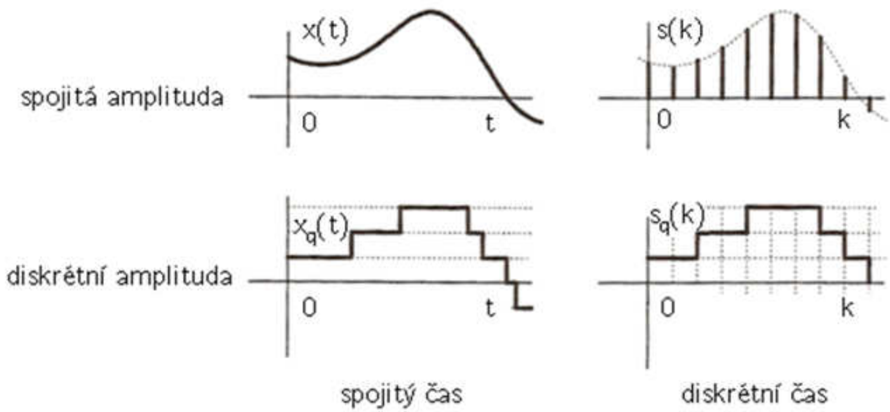
Jednorozměrný signál

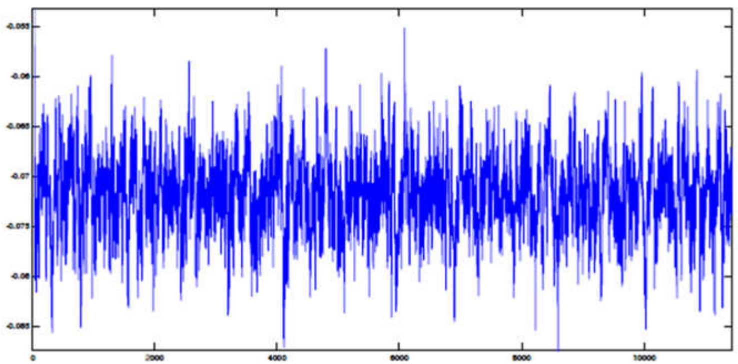
- spojitý v čase i amplidudě
- diskrétní, spojitý v čase
- diskrétní, spojitý v amplitudě



- vzorkování – pravidelné, nepravidelné
- kvantované hodnoty amplitudy

- deterministický, stochastický



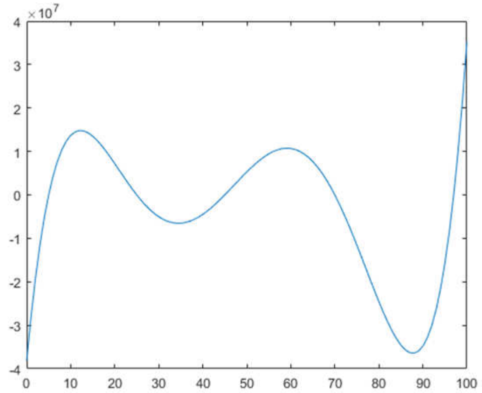


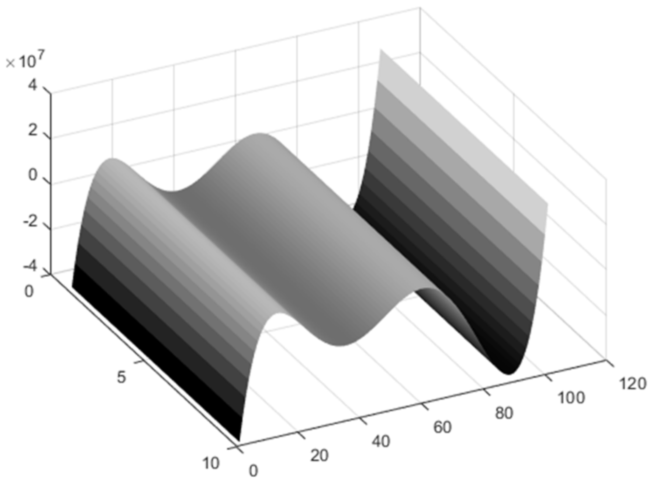
Kvantizace

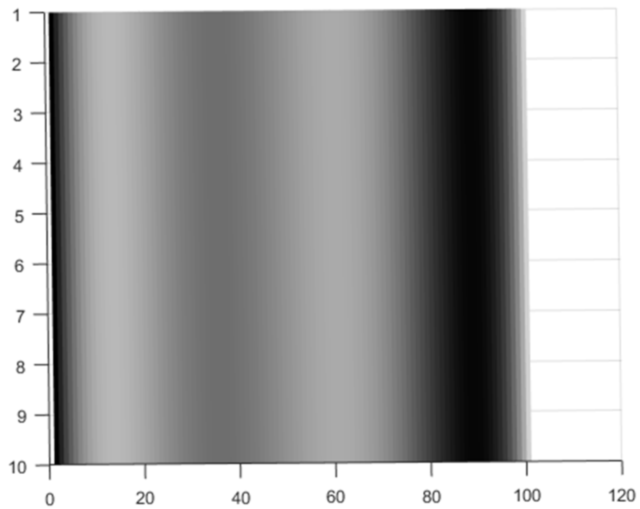
- Na snímači odpovídá jas náboji (fotony excitovaným elektronům)
- Kvantizace na 2^N úrovní.
  N je dáno možnostmi převodníku (8;10;12;14;16 bitů)
  N je dáno výsledným paměťovým místem pro uložení (bitová hloubka 8; 16 bitů)
- Důležité pro volbu je kolik z výsledných (nejnižších) bitů je ovlivněno šumem – chlazené detektory

Dvourozměrný signál - spojitý

- Dvourozměrný, dvoudimenzionální (2D), prostorový
- 1D průběh signálu (řez 2D)
- 1D průběh s hodnotami převedenými do šedotónových úrovní
(zobrazení hodnot funkce ve 2D)
- Pro 2D - převedení hodnot funkce na jas
- Prostorové zobrazení úrovní 2D

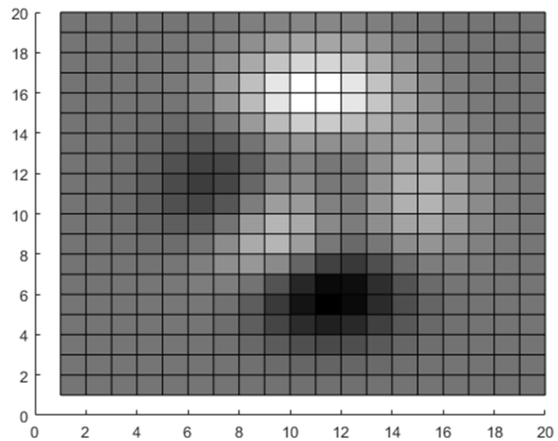


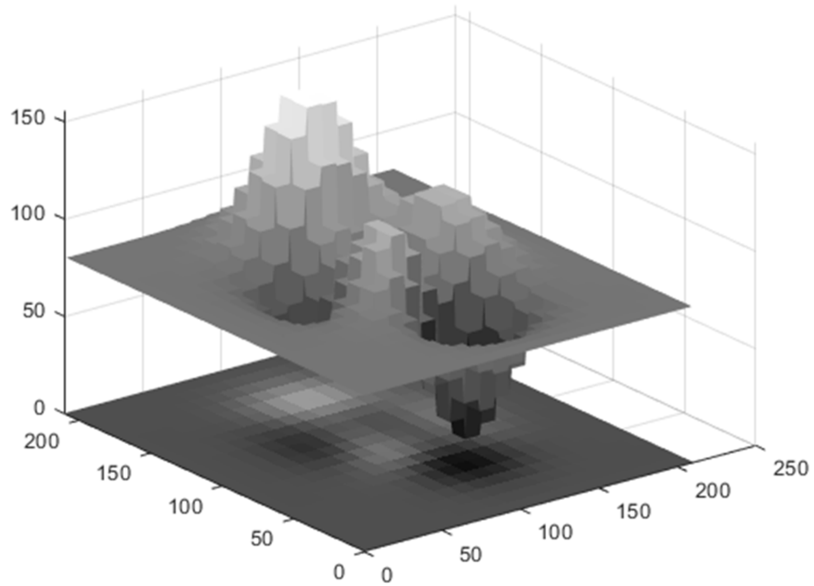


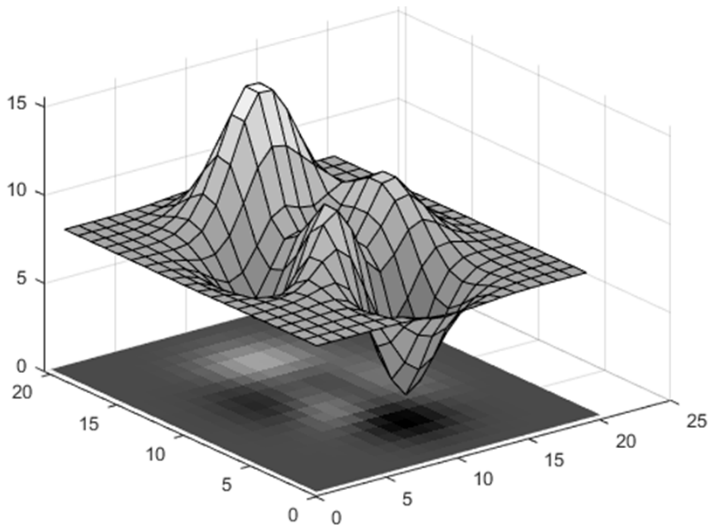


Dvourozměrný signál - diskrétní

- Diskrétní 2D
- Jasový průběh diskretizovaný v ploše tvarem pxl
- „originální spojitý“ jasový průběh s vyznačením hranic pixelů
- Diskretizovaný a kvantovaný průběh (plocha reprezentující pixel má stejnou hodnotu







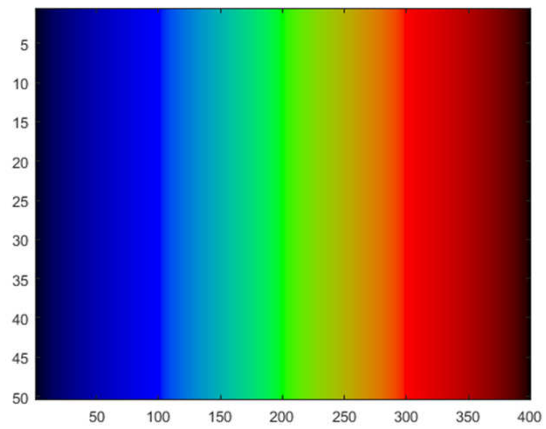
Dvourozměrný barevný signál

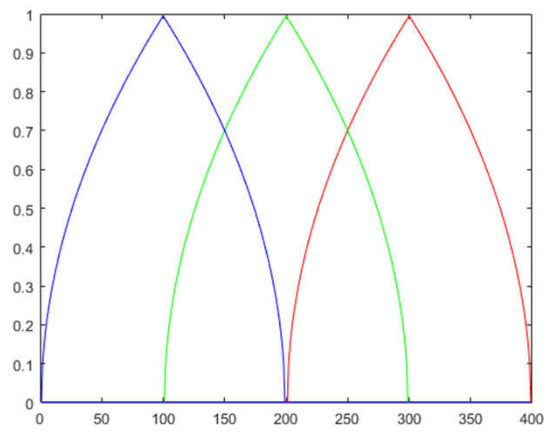
- Skládá se z více kanálů
(například tři kanály pro formát RGB)

- Barevný tříkanálový (RGB) obraz

- Jasový řez v jednom řádku (pro tři kanály)

- Práce s barevným snímkem
- Rozklad na několik 2D snímků (např. na tři, pro každou barevnou složku RGB snímku)
- Práce se všemi složkami barvy naráz





Vzorkování

- vzorkovací frekvence fs:
  – vzorkování = vždy dochází ke ztrátě informace
  – vhodná volba fs = minimalizace ztráty informace
- Volba hodnoty fs je založena na frekvenčním spektru vzorkovaného signálu s(t)
- Vzorkovací věta (Nyquist-Shanonn teorém):
  spojitý signál x(t) může být rekonstruován z řady diskrétních vzorků s(k) pouze tehdy, pokud je vzorkovací frekvence alespoň dvojnásobná oproti maximální frekvenci ve vstupním signálu:

$$f_S \geq 2 \cdot f_{MAX}$$

Vzorkování – aliasing (moire)

- Pro odstranění antialiasing filtr (rozostření vyšších frekvencí; nekvalitní optika zajistí „automaticky“).
  Počet bodů (pxl) musí být minimálně dvojnásobkem počtu čar promítnutých na tutéž délku

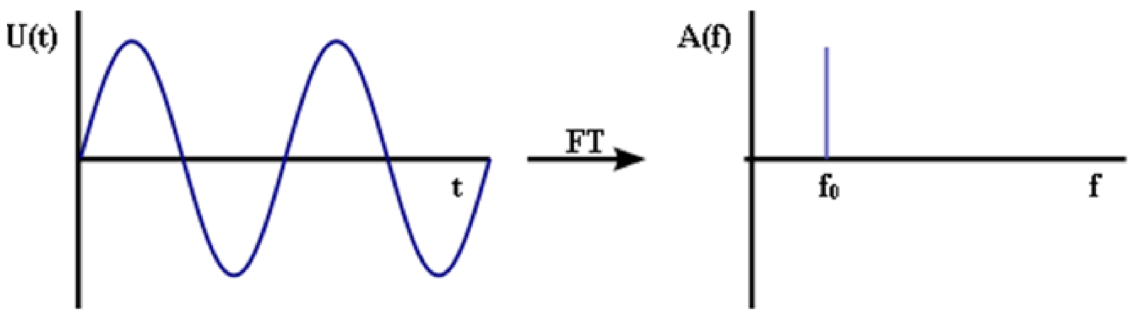
- Obr a text : [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Shirt_with_moir%C3%A9_caused_by_aliasing.jpg]

Spektrum jednorozměrného signálu

- FFT transformace 1D:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-\imath\omega t}\, dt \qquad S(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k) e^{-\imath\Omega k}$$

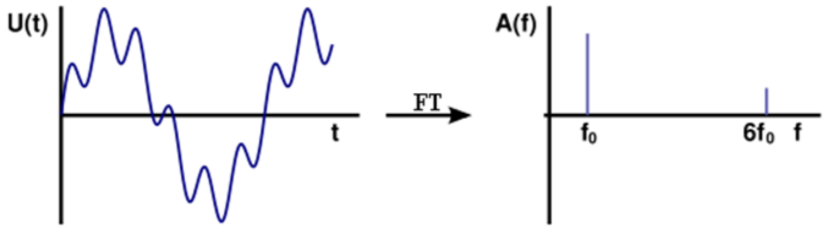
- přímá a zpětná transformace – bezztrátový převod
- komplexní proměnné – Re + Im; Amp + Fáze
- suma základních/bázových funkcí násobených koeficientem
  U(t) = k.sin(f.t+fi) – pro jednu frekvenci (harmonickou složku)



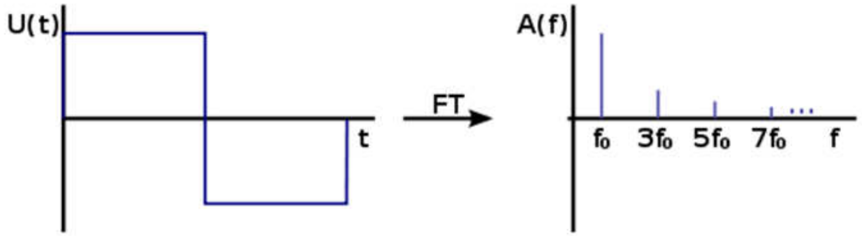
Spektrum jednorozměrného signálu

- Složený z harmonických složek

$$U(t) = sin(f_0 \cdot t) + \frac{sin(6 \cdot f_0 \cdot t)}{4}$$



$$U(t) = \frac{sin(f_0 \cdot t)}{1} + \frac{sin(3f_0 \cdot t)}{3} + \frac{sin(5f_0 \cdot t)}{5} + \frac{sin(7f_0 \cdot t)}{7} + \frac{sin(9f_0 \cdot t)}{9} + \frac{sin(11f_0 \cdot t)}{11} + \cdots$$



Spektrum dvourozměrného signálu

- FFT transformace 1D:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-\imath \omega t}\, dt \qquad S(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k) e^{-\imath \Omega k}$$

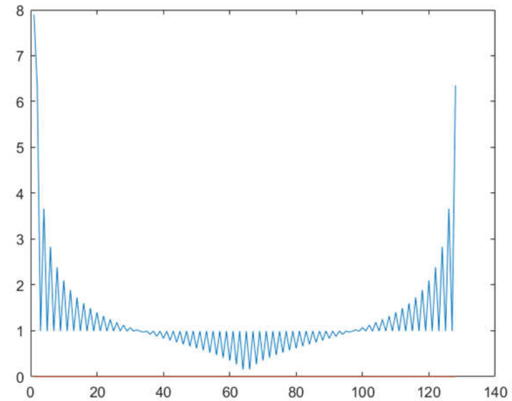
$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{\imath \omega t}\, d\omega \qquad s(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} S(\Omega) e^{\imath \Omega k}\, d\Omega$$

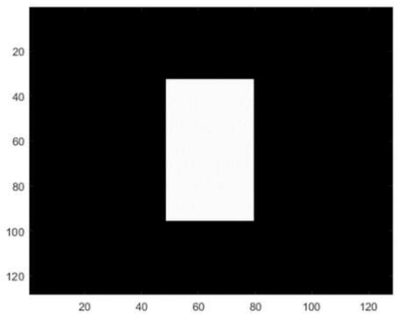
- FFT transformace 2D:

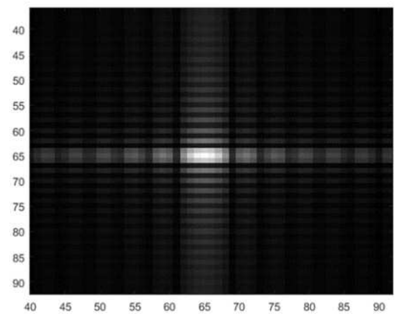
- $F(u,v) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x,y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dxdy$ přímá tr.
  $F(u,v) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x,y) e^{-j2\pi(ux)} dx \;\; e^{-j2\pi(vy)} dy$ přímá upravená
  $\mathrm{f}(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(u,v) e^{j2\pi(ux+vy)} dudv$ zpětná tr.

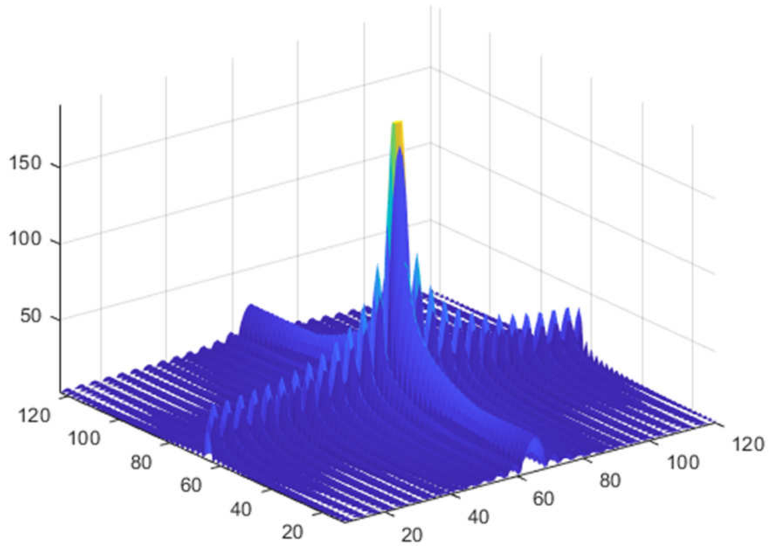
Spektrum dvourozměrného signálu

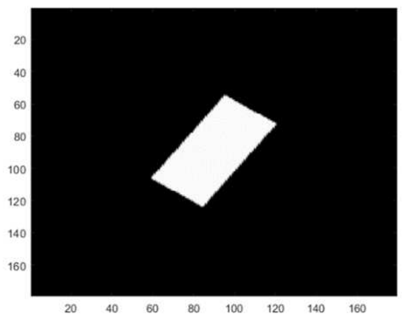
- Obraz 1D pulzu
- obraz obdélníku a rotovaného obdélníku; příslušná (amplitudová) spektra (sinc)

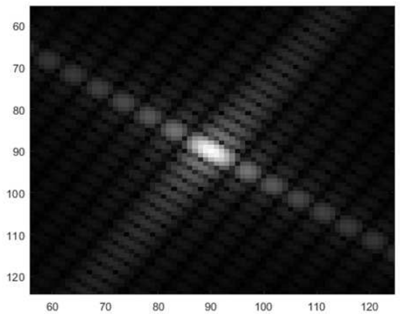












Šum

- Není periodický -> neobsahuje harmonické složky
- Spektrum spojitého signálu šumu je spojité
- Typy šumu.
  - bílý šum : obsahuje všechny frekvence, rovnoměrná výkonová hustota spektra
  - náhodný šum: jde o nezávislý šum typu pepř a sůl
  - gaussův šum: jde o závislý šum, rozložení podle gaussovy funkce

Korelace, Konvoluce, Filtrace

- Opakování

Korelační koeficient

- Normalizovaná (střídavá) kovariance

$$\rho_{x,y} = \frac{cov(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{E\big((X-\mu_x)(Y-\mu_y)\big)}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu_x)(y_i-\mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu_x)^2 \ \sum_{i=1}^{N}(y_i-\mu_y)^2}}$$

- Určuje míru shody – nabývá hodnot -1 až 1
- Volba tvaru filtru (signál Y) s nulovou střední hodnotou -> zjednodušení
- Hledání maxim a minim na určitém okolí
  - dělení konstantou (rozptyl Y) nemá na maximum vliv
  - velikost stejnosměrné složky signálu maximum neovlivní
- $s(u) = \frac{cov(f,g)}{c1.c2} = \frac{E\big((F-konst)(G-0)\big)}{c1.c2} = c.\sum_{i=-n}^{n} f(u+i)\ g(i)$

Konvoluce signálu a konv. jádra

- Konvoluce - obecná integrální transformace, operátor
- Popisuje průchod (modifikaci, transformaci) signálu systémem -> signál
- Systém je charakterizován impulsovou charakteristikou – g(t)
- $(s * h)[k] = \sum_{i=0}^{N} s[k-i] \cdot g[i] = \sum_{i=k-N}^{k} s[i] \cdot g[k-i]$ v kroku k; filtr délky N; index i je obdoba času (počítáme jen s minulými vzorky)
- $(s * h)[k] = \sum_{j=-M}^{+M} s[k-i] \cdot g[i]$ celková délka filtru N se volí lichá (symetrický filtr vůči bodu výpočtu; N=2.M+1)

Konvoluce x Korelace

- Pro použití jednoho stejného filtru jsou ekvivalentní. Ze srovnání vzorců plyne, že jsou podobné, pouze dojde k převrácení/otočení filtru.
- Korelace vynásobí signály a udělá jejich sumu
  Konvoluce je vliv systému na signál (násobení a suma je součástí systému)
- Konvoluce je komutativní (a+b=b+a), u korelace záleží na pořadí
- Konvoluce je asociativní (a+(b+c)=(a+b)+c)-> stejný výsledek dá postupná aplikace filtrů stejně jako jedna aplikace filtru, vzniklého konvolucí ostatních -> velké zjednodušení výpočtů při současné jednoduché tvorbě filtru.
  U korelace lze vytvořit filtr se stejnými účinky jako postupná aplikace filtrů korelací, ale tento filtr nevytvoříme postupnou korelací aplikovaných filtrů
- Konvoluce pro dva posouvající se signály je komutativní f*g dá totéž co g*f. Pro korelaci posouvajících se signálů to neplatí
- Konvoluci je možné vypočítat pomocí Fourierovy transformace, což pro signály s velkým množstvím hodnot zrychluje výpočetní čas

Korelace v 1D a 2D

- Korelace = bezměřítková shoda:
  – vyhledává v neznámém signálu známý vzor

- $c[k] = s[k] * h[-k]$ při použití vzorce pro konvoluci

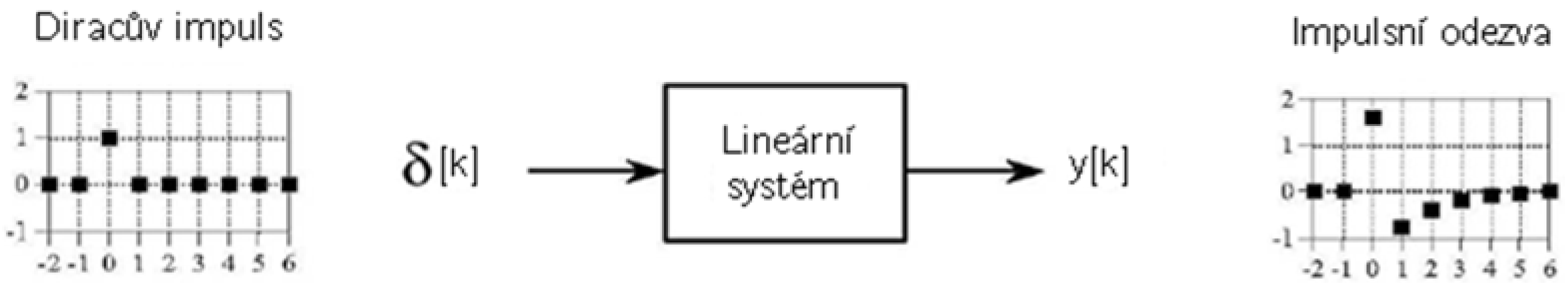
- Vzájemná korelace
  $(s * h)[u, v] = \sum_{i=-k}^{+k} \sum_{j=-k}^{+k} s[u - i, v - j] \cdot h[-i, -j]$

- Autokorelace
  $(s * s)[u, v] = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} s[i + u, j + v] \cdot s[i, j]$

Konvoluce v 1D

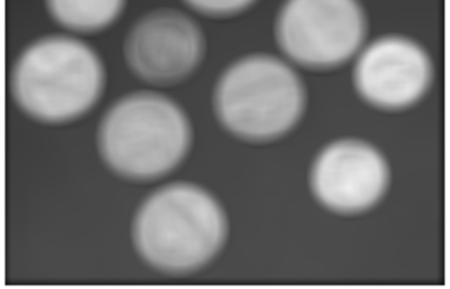
- $s[k] * h[k] = y[k]$
- $s[k] * h[k] = \sum_{j=-k}^{+k} s[i] \cdot h[k-i]$

- h je impulsní charakteristika systému/filtru
- s je vstupní signál, y je výstupní signál (vstup zpracovaný filtrem)



Konvoluce ve 2D

- Originální snímek;
- filtrace průměrováním;
- filtrace diagonálním filtrem



- $(s * h)[u, v] = \sum_{i=-k}^{+k} \sum_{j=-k}^{+k} s[u-i, v-j] \cdot h[i, j]$

Zpracování vícerozměrných signálů
Úvod

Miloslav Richter

Machine Intelligence Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. Organizace kurzu:
   Základní stránka kurzu - plán semestru (midas.uamt.feec.vutbr.cz ZVS)
   Detailní náplň přednášek
   Vyhláška kurzu
   Literatura
2. Aplikace zpracování 2D signálu
3. Základní pojmy zpracování signálů (opakování) a jejich rozšíření pro 2D signál (základní přehled)