

## Zadání pro 5.cvičení – Konvoluce

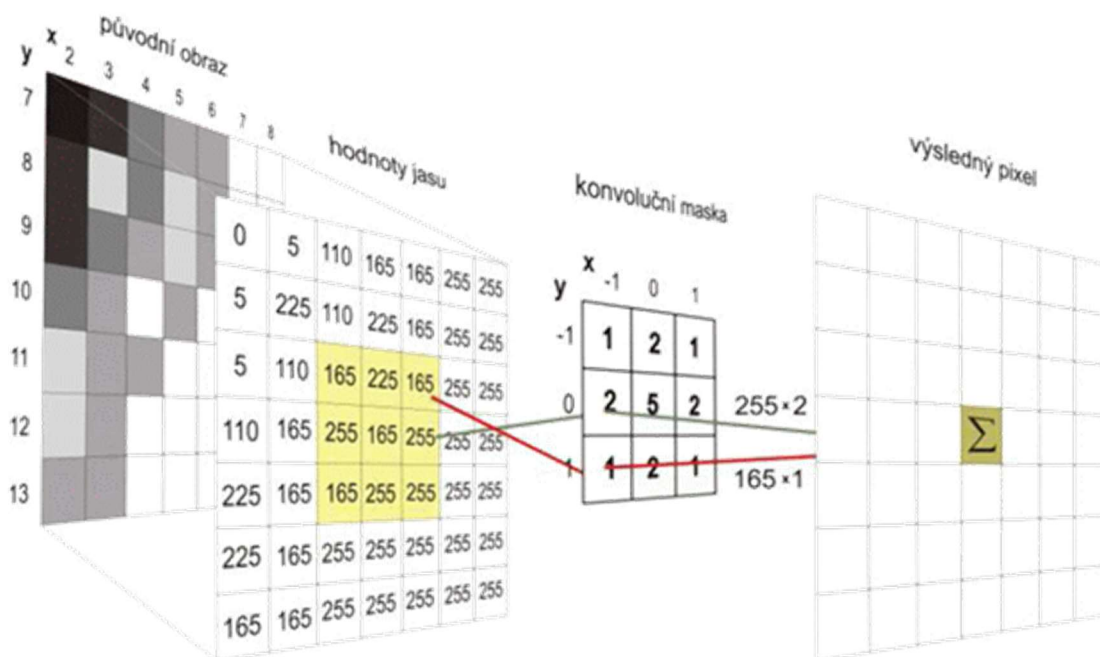
- Vytvořte funkci realizující konvoluci vstupního obrazu I a konvolučního jádra H (obecný rozměr  $R \times S$ ) podle definičního vzorce (pomocí funkcí for). Výpočet na krajích snímku řešte tak, aby:  
studenti MUIN/MPC-UIN - rozměry vstupního a výstupního obrazu byly stejné  
studenti BPC-UIN - rozměry výstupního obrazu mohou být menší o velikost jádra-1
- Správnost vámi implementované funkce ověřte srovnáním s knihovními funkcemi **conv2** a **imfilter**. Proveďte časové srovnání (např. funkce **tic**, **toc**, **clock**, **etime**).
- Na zvolený obraz aplikujte šum typu „pepř a sůl“ a sledujte odezvu na vybraný filtr pro a) potlačení šumu, b) pro zvýraznění hran. Obraz hran můžete následně vhodně prahovat.
- Vytvořte funkci, která bude realizovat konvoluci nejdříve na řádcích s jádrem  $h_r$  a následně bude na meziobraz aplikovat jádro  $h_s$  (podle uvedeného příkladu separabilního filtru). Proveďte časové srovnání.
- BONUS – rozložte Sobelův filtr na řádkový a sloupcový filtr  $h_r$  a  $h_s$  a aplikujte

## Teorie:

Konvoluce patří mezi základní a velmi často používané operace prováděné nad obrazem. Pro dvojrozměrný obraz lze konvoluci vyjádřit následujícím vztahem, v němž symbol  $g(x,y)$  značí výstupní obraz,  $f(x,y)$  vstupní obraz (o rozměrech  $M \times N$ ) a  $h(x,y)$  konvoluční jádro o rozměrech  $R \times S$

$$g(x,y) = f(x,y) * h(x,y) = \sum_{i=-S/2}^{S/2} \sum_{j=-R/2}^{R/2} f(x-i, y-j) \cdot h(i,j)$$

Graficky si lze konvoluci dvou signálů (zde zpravidla obrazu a masky) představit jako postupné prostorové posouvání převrácené masky (konvolučního jádra) po obrazu a stanovení odezvy. Pro každou vzájemnou polohu obrazu a masky je vypočítán součet hodnot pixelů obrazu vážených příslušnými koeficienty masky, přičemž tento součet určuje výstupní hodnotu signálu (obrazu) v daném bodě.



## Použití:

Prostorová filtrace – lokální předzpracování - pro výpočet jasů bodu ve výstupním obrazu je použito jen lokální okolí odpovídajícího bodu ve vstupním obrazu – intenzita bodu je rovna součtu součinů intenzit bodů v okolí a příslušných váhových koeficientů (matice koeficientů = filtr - výrazně menší než rozměr obrazu I, nejčastěji 3x3, 5x5, 7x7, ...)

### a) Potlačení šumu

Šum - data bez významu, nenesou informaci, jsou jen nechtěným vedlejším produktem jiných aktivit (vzniká především při digitalizaci a přenosu obrazu). Např. typu „pepř a sůl“, Gaussovský, bílý, kvantizační, aditivní, multiplikativní atd.

#### a.1) Lokální aritmetický průměr

$$h = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad h = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots$$

#### a.2) Průměr se zvýšením váhy středu

zvýšení váhy středu

$$h = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

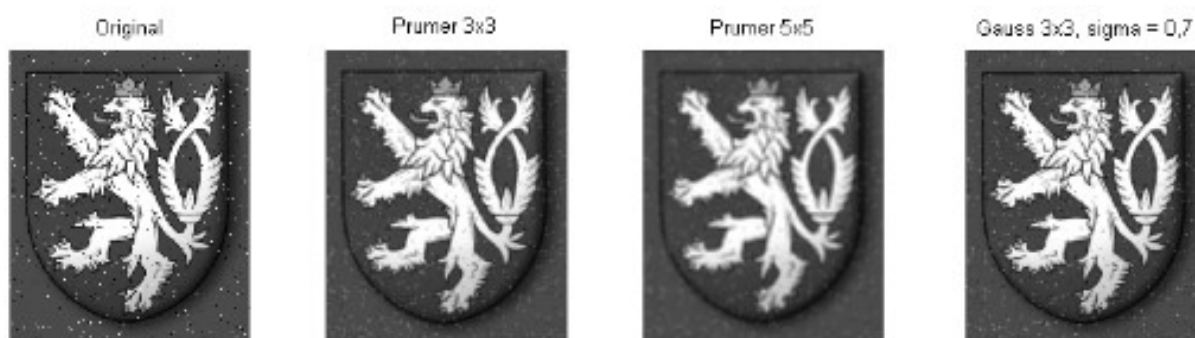
středu a 4-sousedů

$$h = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

př. filtru s Gaussovým rozložením

$$h = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ 7 & 26 & 41 & 26 & 7 \\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Příklady výsledků:



### b) Zvýraznění hran

Hrany, čáry a body jsou nositeli informací o různých oblastech v obrazu, zejména pak o hranicích objektu. Hrana je místo v obrazu, kde dochází ke strmé změně obrazové funkce  $f(x,y)$ . Zvýraznění hran = zdůraznění vyšších frekvencí.

**b.1)** Aproximace první derivace – operátory neinvariantní vůči rotaci - několik masek (rotace jedné): Robertsův, Sobelův, Prewittové, Kirschův, ....

$$\begin{array}{cc}
 \begin{array}{c} \nearrow \\ h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{Roberts} \end{array} & 
 \begin{array}{c} \updownarrow \quad \nearrow \\ h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \dots \\ \text{Sobel} \end{array} \\
 \\ 
 \begin{array}{c} \updownarrow \quad \nearrow \\ h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \dots \\ \text{Prewitt} \end{array} & 
 \begin{array}{c} \updownarrow \quad \nearrow \\ h_1 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & -5 \end{bmatrix}, \quad h_2 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & 3 \end{bmatrix}, \dots \\ \text{Kirsch} \end{array}
 \end{array}$$

**b.2) Aproximace druhé derivace – operátory invariantní vůči rotaci - jedna maska pro všechny směry**

$$\begin{array}{c} \star \\ h_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad h_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \star \\ \text{Laplaceův} \end{array}$$

LoG (Marr-Hildreth) - kombinace  
filtru s Gaussovým rozložením a  
Laplaceova operátoru

Příklady výsledků:



**Výpočetní náročnost:**

K výpočtu výstupního obrazu  $g$  je zapotřebí  $(M \times N) \times (R \times S)$  operací typu násobení a  $(M \times N) \times (R \times S - 1)$  operací sčítání. Pokud lze matici  $M$  rozdělit na dvě matice, kde každá z nich představuje pouze řádkové resp. sloupcové operace, výpočetní náročnost se sníží. Systémy mající tyto vlastnosti nazýváme obecně separabilní.

Příklad separabilního filtru:

$$h = \frac{1}{226} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix} = h_r \cdot h_s$$

$$h_r = \frac{1}{16} [1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1] \quad h_s = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Při použití výpočtu konvoluce s maticí  $h$  z uvedeného příkladu, bude výpočetní náročnost 25 násobení a 24 sčítání (pro každý pixel výstupního obrazu). Při použití matic  $h_r$  a  $h_s$ , klesne výpočetní náročnost na 10 násobení a 8 součtů (pro každý pixel výstupního obrazu).